

Precisión y la veracidad de los métodos predictivos según los minerales sometidos a distintas cargas moedoras.



Análisis comparativo de los modelos matemáticos de Fred Bond, Steve Morrell y Roddy Valle, sobre el consumo energético aplicado a la molienda de minerales

Comparative Analysis of the Mathematical Models of Fred Bond, Steve Morrell, and Roddy Valle on Energy Consumption Applied to Mineral Grinding

RESUMEN

En el ámbito minero, la optimización de los procesos de molienda es esencial para la eficiencia energética y la rentabilidad global de las operaciones. En este contexto, la estimación precisa del consumo energético durante la etapa de comminución del mineral desempeña un papel crucial.

Se estima que entre el 30 % y el 40 % de la energía total se consume durante esta fase, lo que evidencia la importancia de seleccionar modelos de predicción confiables para el análisis en planta de molienda.

Las estimaciones del consumo energético en la molienda requieren modelos predictivos que se fundamentan en fórmulas matemáticas empíricas, entre las cuales destacan tres propuestas para este fin: Fred Bond (1952), Steve Morrell (2021) y Roddy Valle (2020).

Esta experiencia vincula la precisión y la veracidad de los métodos predictivos según los minerales sometidos a distintas cargas moledoras. Las pruebas metalúrgicas buscan identificar el modelo de predicción del consumo energético más preciso y confiable entre los tres enfoques analizados. Para lograrlo, se contrastarán las estimaciones proporcionadas por estos modelos con datos reales de consumo energético obtenidos mediante el sistema de monitoreo eGauge, que en tiempo real ofrece los valores del triángulo de potencias eléctrica.

Las pruebas de molienda a nivel *batch* se efectuaron con seis tipos distintos de minerales y con cargas de bolas variables, incluyendo un 30 %, 35 % y 40 % del volumen del molino, y a una velocidad crítica del 70 %.

Los resultados obtenidos evidencian que el modelo de predicción del consumo energético en la molienda que proporciona resultados

más precisos y aplicables en diversas condiciones operativas, entre los enfoques analizados, es el modelo de Steve Morrell.

Cabe mencionar que el modelo de Roddy Valle presentó un error muy cercano al de Morrell en las pruebas de laboratorio, siendo los valores para Valle de 9,22 % y para Morrell de 8,49 %. El modelo de Bond presentó un error de 19,58 %, lo que demuestra la no aplicabilidad de este modelo en pruebas de laboratorio en Tecsup, todas referidas a la determinación del consumo energético en la molienda.

Las pruebas experimentales de *Work Index*, molienda y análisis granulométrico se desarrollaron en los laboratorios de procesamiento de minerales de Tecsup, siguiendo los protocolos planteados por sí en la ecuación respectiva.

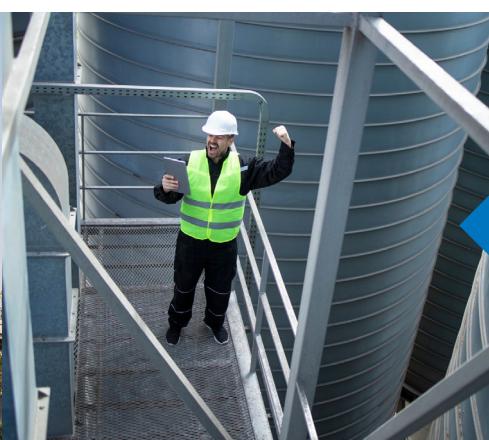
ABSTRACT

In the mining field, optimizing grinding processes is essential for energy efficiency and the overall profitability of operations. In this context, the accurate estimation of energy consumption during the comminution stage of the ore plays a crucial role.

It is estimated that between 30% and 40% of the total energy is consumed during this phase, highlighting the importance of selecting reliable predictive models for analysis in the grinding plant.

Energy consumption estimates in grinding require predictive models based on empirical mathematical formulas, among which three models stand out for this purpose: Fred Bond (1952), Steve Morrell (2004), and Roddy Valle (2020).

This study relates the accuracy and reliability of the predictive methods according to the mineral types under different grinding media loads.



Palabras Claves

Consumo energético, molienda, análisis granulométrico, modelo de Steve Morrell, Fred Model de Bond, Modelo de Roddy Valle

Key words

Energy consumption, grinding, particle size analysis, the Steve Morrell model, the Bond's work index model, and the Roddy Valle model

The metallurgical tests aim to identify the most accurate and reliable predictive model for energy consumption among the three approaches analyzed. To achieve this, the estimates provided by these models will be compared with actual energy consumption data obtained through the eGauge monitoring system, which provides real-time values of the electrical power triangle.

Batch grinding tests were carried out with six different types of ores and varied ball loads, including 30%, 35%, and 40% of the mill volume, at a critical speed of 70%.

The results show that among the analyzed approaches, the predictive model that provides the most accurate and applicable results under various operating conditions is the **Steve Morrell model**.

It is worth noting that the **Roddy Valle model** presented an error very close to that of Morrell in laboratory tests, with values of **9.22%** compared to **8.49%** for Morrell. The **Bond model** showed an error of **19.58%**, demonstrating its lack of applicability in laboratory-scale grinding energy consumption tests conducted at **TECSUP**.

The experimental tests for **Work Index, grinding, and particle size analysis** were carried out in the **mineral processing laboratories of TECSUP**, following the protocols established in their respective equations.

INTRODUCCIÓN

Según Álvarez (2010) "La subida en los últimos años de los costes energéticos ha inducido la necesidad en la industria minera en general y en las plantas de beneficio en particular, de una mejora de la eficiencia de sus operaciones", esto conlleva optimizar el consumo energético en la comminución en general en las operaciones en plantas concentradoras.

Según Fernández (2012), Las operaciones de fragmentación constituyen una de las etapas más relevantes en los procesos industriales, dado que generan un considerable consumo energético. Con el propósito de incrementar y optimizar la eficiencia de las operaciones mencionadas, es necesario llevar a cabo un análisis y una estimación del consumo energético que se genera en las diversas etapas del proceso. El consumo energético asociado a las operaciones de trituración y molienda ha sido objeto de estudio desde mediados del siglo XX. En este contexto, la propuesta de Fred Bond en 1952, que empleó un molino de bolas estándar en un entorno de laboratorio, establece una relación entre los datos empíricos de la energía consumida por tonelada de mineral y el proceso de reducción de tamaño, conocido como índice de trabajo (work index). El método de Bond para calcular el trabajo (W_i) presenta limitaciones en su aplicabilidad, particularmente en la predicción de la energía utilizada en operaciones de molienda de partículas muy finas. Asimismo, resulta ineficaz para establecer relaciones precisas en partículas de tamaños inferiores a veinte micrones (ultrafinos).

Casali (2014), en su investigación titulada "Técnica para calcular indirectamente el índice de Bond en partículas ultra finas", propone una técnica que se basa en el análisis de la distribución de partículas para calcular el índice de Bond, especialmente efectiva para materiales con partículas diminutas donde la prueba de molar directa resulta ineficaz. Esta técnica utiliza el vínculo entre la proporción de partículas y la dureza del material para calcular

la energía de trituración necesaria. Propone análisis de partículas en PSD, relación con la dureza del mineral y determinación indirecta del índice de Bond para alcanzar un tamaño específico para estimación indirecta del índice de Fred Bond.

Armas (2013), en la investigación realizada en la planta concentradora Huari, se determinó un elevado consumo de energía eléctrica. Esta conclusión se alcanzó mediante una evaluación experimental, dado que el consumo de energía está influenciado por la carga, el tipo de material y diversos factores relacionados con la instalación. Todos estos elementos son indicativos para llevar a cabo una evaluación eléctrica adecuada.

Arancibia (2015) examina el procedimiento de dimensionamiento de un molino de bolas mediante el método de Bond, el cual se considera uno de los modelos más utilizados en la ingeniería de procesos minerales para la estimación del consumo específico de energía en el proceso de molienda. El presente estudio expone los fundamentos teóricos del Índice de Trabajo de Bond (W_i) y su integración en la ecuación clásica utilizada para calcular la potencia requerida en el proceso de reducción de tamaño de un mineral, desde un tamaño inicial F80 hasta un tamaño final P80 deseado.

El estudio de Álvarez (2010) examina la influencia de la selección del modelo de distribución del tamaño de partículas en la energía calculada a través del método de Bond. El autor sostiene que la ecuación de Bond, la cual se fundamenta en el Índice de Trabajo (W_i) y los tamaños F80 y P80, adopta una representación idealizada de la distribución granulométrica que no necesariamente se alinea con las condiciones reales. Álvarez, al comparar los modelos Rosin–Rammler, Gaudin–Schuhmann, Gates–Gaudin–Schuhmann y log-normal, demuestra que cada uno de estos modelos produce distintos valores de F80 y P80. Esta variabilidad en los resultados tiene un impacto significativo en la estimación de la energía. En materiales que presentan una alta proporción de finos o colas extensas, las variaciones son particularmente evidentes. El estudio concluye que el consumo energético calculado por Bond podría estar sujeto a subestimaciones o sobreestimaciones si no se tiene en cuenta de manera adecuada el modelo de distribución. La representación granulométrica seleccionada resulta fundamental para la obtención de cálculos energéticos precisos en los procesos de molienda.

En la búsqueda de un modelo que permita determinar el consumo de los KWH/TM, así como evaluar cuánto de la energía se aprovecha en el proceso de molienda, se pretende analizar por qué un modelo resulta más preciso que otro en operación y cuáles son las variables que determinan la aplicación de dichos modelos. Uno de los factores más importantes es el tamaño de alimentación a la molienda $F_{(80)}$ y el tamaño del producto $P_{(80)}$.

En la búsqueda de un modelo preciso para prever el consumo energético en la molienda de minerales, es crucial considerar la complejidad de las condiciones operativas y la ausencia de evaluaciones comparativas exhaustivas entre los modelos disponibles. La evaluación detallada de los modelos de Bond, Morrell y Valle es esencial para determinar su aplicabilidad bajo diversas granulometrías y tipos de minerales.

El modelo matemático de Fred Bond, con su exponente fijo (-0,5), ha sido ampliamente utilizado en la industria minera. No obstante, su precisión se ve comprometida cuando las condiciones operativas difieren significativamente de las pruebas

de laboratorio, lo que ha impulsado la incorporación de factores de corrección en el tiempo.

Por otro lado, Morrell (2004) cuestiona la validez del modelo de Bond debido a la necesidad de factores de corrección, argumentando que su exponente fijo no está respaldado por datos experimentales. Morrell sugiere que este exponente debería ser variable para ajustarse a una gama más amplia de minerales, según lo propuesto por Huki en 1961, aunque su análisis se basa en un circuito completo de molienda SAG [7].

En contraste con el enfoque teórico de Bond, el modelo de Roddy Valle adopta un enfoque estadístico respaldado en datos históricos de molienda obtenidos en más de 80 plantas. Este enfoque busca adaptarse mejor a las condiciones reales y a la variabilidad del mineral, ofreciendo una alternativa a los modelos tradicionales.

A medida que exploramos estos modelos y su aplicabilidad en la molienda de minerales, surge la necesidad de comprender en profundidad cómo cada uno aborda las complejidades operativas y las características variables de los minerales. Este análisis comparativo pretende esclarecer las fortalezas y limitaciones de cada modelo, proporcionando una guía fundamentada para la selección del enfoque más adecuado en distintos contextos operativos minero-metalúrgicos.

Otra de las características que se evidencian a partir de un análisis empírico de datos operacionales es que cada modelo muestra mayor precisión según las condiciones granulométricas que presenta el mineral tanto en el alimento como en el producto del mismo.

FUNDAMENTOS

La molienda es un proceso fundamental en el que se reducen las partículas de diferentes materiales para obtener productos finales de alta calidad. No obstante, el consumo de energía asociado a este proceso puede representar una parte sustancial de los costos totales de producción.

En este contexto, la optimización del consumo energético en la molienda se ha convertido en un objetivo clave para las empresas, ya que puede tener un impacto significativo en su competitividad, rentabilidad y sostenibilidad ambiental. Para alcanzar este propósito, resulta esencial disponer de herramientas y métodos que permitan estimar con precisión el consumo energético en función de distintos parámetros de operación y de las características del material. En la actualidad, las industrias mineras utilizan la ecuación de Bond para determinar dicho consumo energético.

Para ello, se efectuó un análisis comparativo de tres fórmulas empíricas: Bond, Morrell y Valle.

- Ecuación de Fred Bond

$$W = 10W_i * \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right)$$

- Ecuación de Steven Morrell

$$W = 4 * M_{ib} * \left(P_{80}^{-(0.295 + \frac{F_{80}}{10^6})} - F_{80}^{-(0.295 + \frac{F_{80}}{10^6})} \right)$$

- Ecuación de Roddy Valle

$$W = 10 * W_i * \left(P_{80}^{-0.8 * F_{80} - 0.05} - F_{80}^{-0.8 * F_{80} - 0.05} \right)$$

Asimismo, se analizó el consumo energético respecto de su ecuación matemática y en comparación con un consumo real. Estas fórmulas se basan en diferentes variables, como el tamaño de partícula inicial (F_{80}) y final (P_{80}), la velocidad crítica del molino, el tiempo de residencia, la carga de bolas y otros factores relevantes.

El objetivo principal de este estudio es evaluar la precisión y la veracidad de estos modelos matemáticos en condiciones reales de operación, utilizando datos experimentales obtenidos de seis muestras de minerales diferentes. Se pretende analizar las fortalezas y limitaciones de cada fórmula en términos de su capacidad para predecir el consumo energético en la molienda, así como determinar qué factores influyen de manera significativa en la precisión de las estimaciones.

Los resultados de este análisis comparativo proporcionarán información valiosa para el sector minero, permitiéndole seleccionar la fórmula más adecuada en función de las características específicas de su proceso de molienda y optimizar así el consumo energético de manera eficiente mediante la ecuación correcta. Además, contribuirá al avance del conocimiento en este campo al ofrecer una evaluación crítica y rigurosa de las fórmulas empíricas existentes y de su aplicabilidad en la práctica industrial.

En una planta de molienda, es fundamental el control en línea de los parámetros operacionales para una mejor evaluación del consumo energético y para determinar cuál es el modelo más adecuado para la evaluación de la energía del proceso, complementariamente a la determinación energética proporcionada por la parte eléctrica.

Procedimiento experimental

Se realizaron las pruebas de molienda para seis tipos de minerales, por lo cual a cada uno de ellos se le determinó su *Work Index* (Wi) y, por cada tipo de mineral, se extrajeron tres submuestras para efectuar pruebas de molienda con tres cargas moledoras diferentes.

Para el cálculo del Wi se trituró cada una de las muestras hasta obtener un mineral menor a malla 6 ASTM, de las cuales se seleccionaron 5 kg de muestra representativa. Se determinó su F_{80} y se efectuó el índice de trabajo de Bond tal como se especifica en el procedimiento estandarizado.

Para la determinación del consumo energético en la molienda se trituraron las muestras hasta obtener un mineral menor a malla 10 y se seleccionaron 3 kg de cada mineral en bolsas de 1 kg para, posteriormente, realizar las pruebas de molienda al 30 %, 35 % y 40 % de carga de bolas, registrando el consumo real del molino con el equipo eGauge. Finalizado este proceso, se efectuó el análisis granulométrico para encontrar el P_{80} .

El porcentaje de sólidos de todos los ensayos realizados fue del 30 %. El tiempo de residencia del mineral en el molino de bolas fue de 12 minutos debido a que la potencia tardaba un tiempo en estabilizarse.

La ecuación utilizada para la determinación del *Work Index* fue la siguiente:

$$W_i = \frac{44.5}{P_i^{0.23} * Gbp^{0.82} * \left[\frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}} \right]}$$

Cabe mencionar que las pruebas de *Work Index* se realizaron siguiendo los procedimientos y cargas de bolas planteadas por Bond.

A continuación, se muestran los diagramas de flujo de la determinación del *Work Index* en laboratorio con el molino de Bond en primera instancia, así como el diagrama de flujo del proceso para la determinación del consumo energético en la molienda de los minerales ensayados.

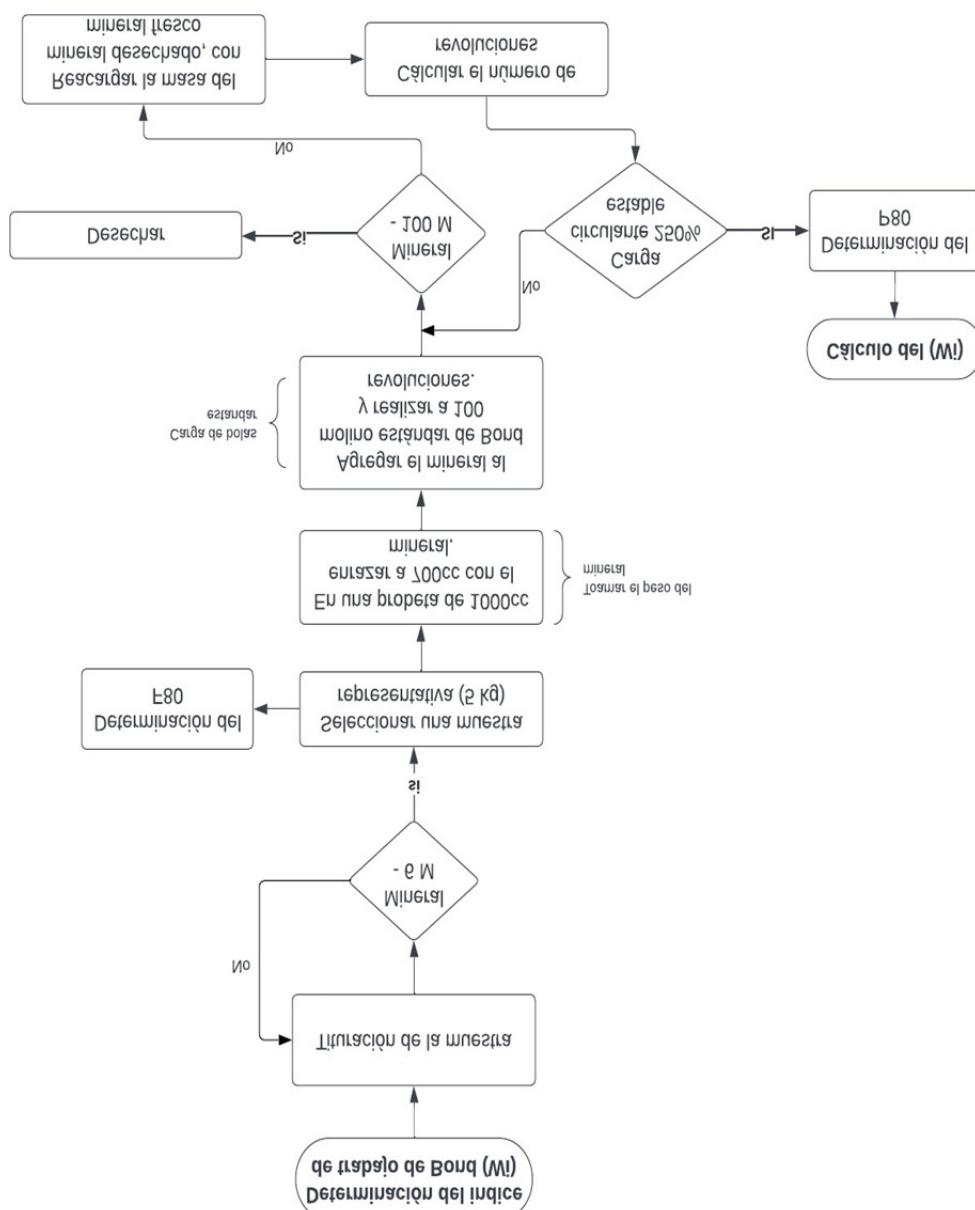


Figura 1. Diagrama de flujo experimental del Work Index

Fuente: Elaboración propia.

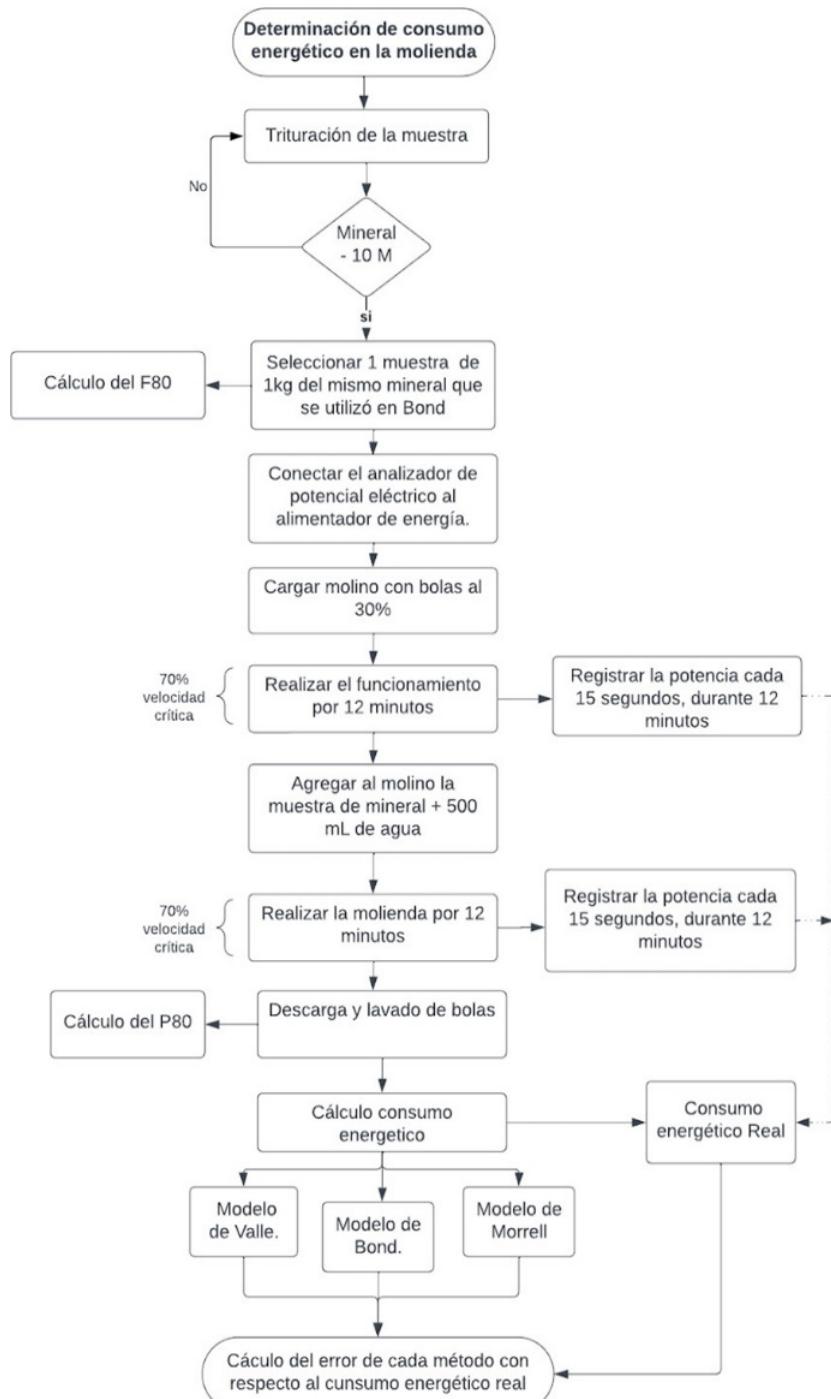


Figura 2. Diagrama experimental del consumo energético

Fuente: Elaboración propia.

Equipo empleado

Para las pruebas de *Work Index* se usó el molino estándar de Bond de 12" de diámetro por 12" de largo y, para las pruebas de molienda, se empleó un molino de bolas de laboratorio de 1 kg de capacidad.

Por otro lado, para el registro del consumo energético del molino de bolas en la molienda se utilizó el sistema de monitoreo de energía eGauge conectado de forma directa a las entradas de corriente del molino.

Para mitigar armónicos no deseados de la corriente y la tensión en el sistema eléctrico, que causan distorsiones en el correcto registro de la potencia, se utilizaron bobinas de choque. El análisis granulométrico se efectuó mediante la serie de mallas estandarizadas ASTM.

Las pruebas metalúrgicas y granulométricas se realizaron en los laboratorios de procesamiento de minerales de Tecsup.

Mineral empleado

En las pruebas experimentales se usaron 6 muestras de minerales con una granulometría y dureza variada.

Tabla 1
Tipos de muestra de minerales

Tipos de muestra	
Mineral 1	Sulfurado
Mineral 2	Sulfurado pirítico
Mineral 3	Sulfurado
Mineral 4	Oxidado
Mineral 5	Sulfurado
Mineral 6	Sulfurado

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2
Parámetros de las pruebas del índice de trabajo de Bond

Parámetro	Mineral 1					
Masa	1222,4	1454,0	1442,5	1343,50	1577,9	1548,8
% -m100	16,29	17,48	15,09	23,26	20,07	24,00
Masa-m100	199,14	254,16	217,68	312,55	316,64	371,67
PPI	349,26	415,43	412,17	383,96	450,85	442,53
F80	219,06	1624,7	1899,9	1507,1	1899,9	2049,2
Pi	150	150	150	150	150	150

Fuente: Elaboración propia.

Los Work Index de los minerales ensayados oscilaban entre 10,61 y 14,99 KWH/TC, siendo estos de dureza media en general. La cantidad de mineral utilizada para cada prueba fue de aproximadamente 5 kg.

Metodología

Las pruebas experimentales fueron divididas en dos partes. La primera tuvo como objetivo principal determinar el índice de trabajo de Bond para cada uno de los minerales utilizados. Se trabajaron estas pruebas de WI bajo los siguientes parámetros:

La segunda parte tuvo como objetivo medir la cantidad de energía real y compararla con los valores proporcionados por los tres métodos predictivos evaluados. La distribución granulométrica de las muestras a evaluar es la siguiente:

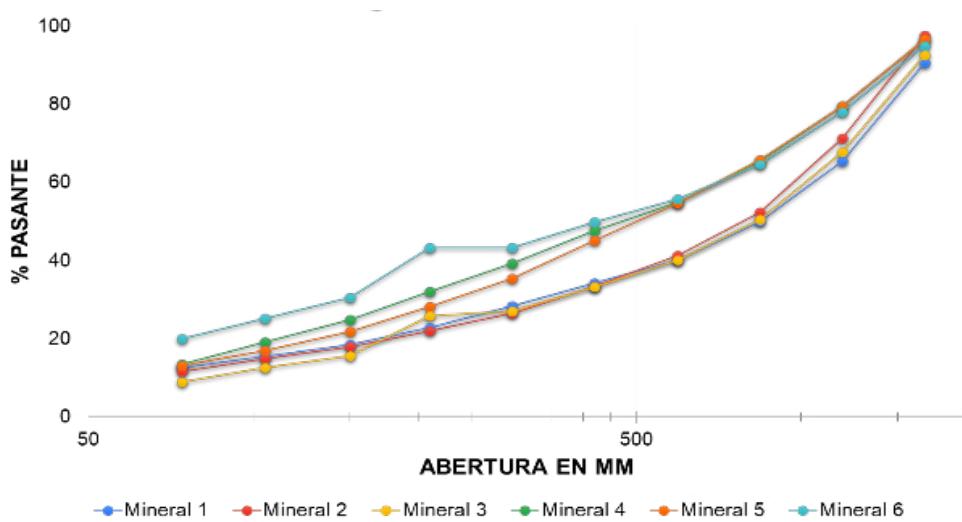


Figura 3. Distribución granulométrica del alimento F80

Fuente: Elaboración propia.

Para estas pruebas de molienda se trabajó bajo los siguientes parámetros:

Tabla 3

Parámetros de pruebas de molienda

Tiempo de residencia	12 minutos
Carga de bolas	30 %, 35 % y 40 %
Masa de mineral	1 kg
Porcentaje de sólidos	30 %
Velocidad de giro	70 % de la velocidad crítica

Fuente: Elaboración propia.

En el presente estudio se llevaron a cabo pruebas de molienda con las seis muestras para cada carga moledora, lo que resultó en un total de 18 pruebas realizadas.

- Mineral 1: 30 %, 35 % y 40 % de carga de bolas.
- Mineral 2: 30 %, 35 % y 40 % de carga de bolas.
- Mineral 3: 30 %, 35 % y 40 % de carga de bolas.
- Mineral 4: 30 %, 35 % y 40 % de carga de bolas.
- Mineral 5: 30 %, 35 % y 40 % de carga de bolas.
- Mineral 6: 30 %, 35 % y 40 % de carga de bolas.

Los modelos predictivos de Bond, Morrell y Valle fueron aplicados a cada una de estas pruebas, lo que permitió una evaluación exhaustiva del comportamiento de las diferentes muestras y cargas en el proceso de molienda. Estos modelos proporcionaron datos valiosos para analizar estos métodos bajo distintas condiciones, evaluando de ese modo su robustez y precisión.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Mineral 1: Granulometría del alimento y producto

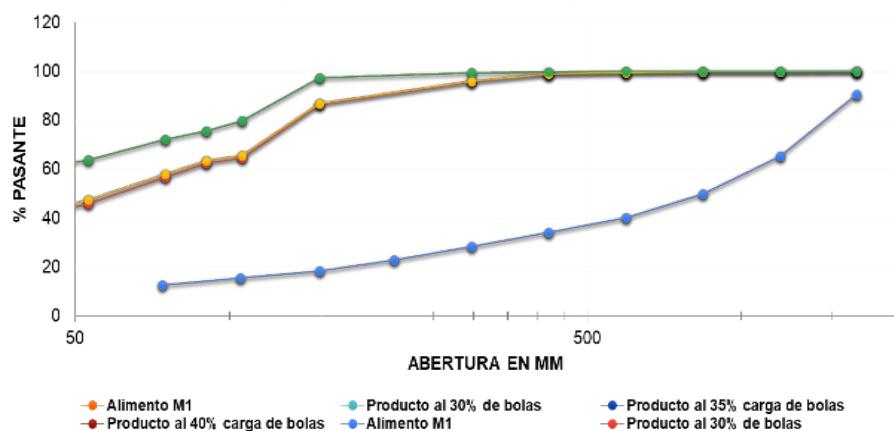


Figura 4. Distribución granulométrica del F80 y P80 del mineral 1

Fuente: Elaboración propia.

Mineral 2: Granulometría del alimento y producto

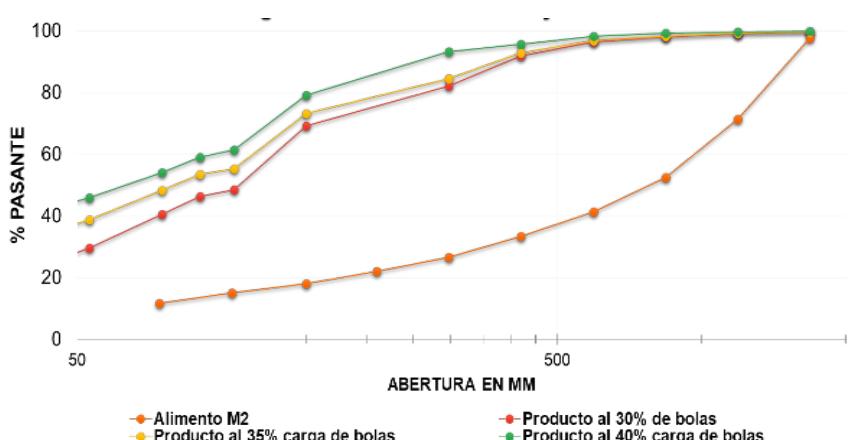


Figura 5. Distribución granulométrica del F80 y P80 del mineral 2

Fuente: Elaboración propia.

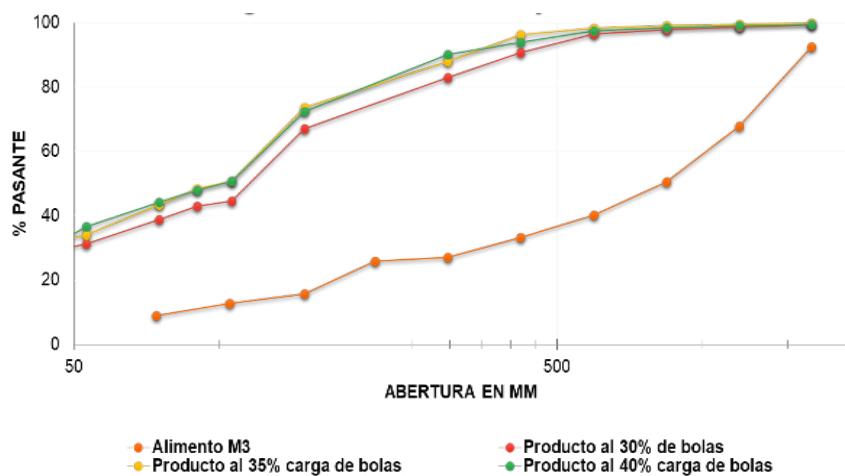
Mineral 3: Granulometría del alimento y producto

Figura 6. Distribución granulométrica del F80 y P80 del mineral 3

Fuente: Elaboración propia.

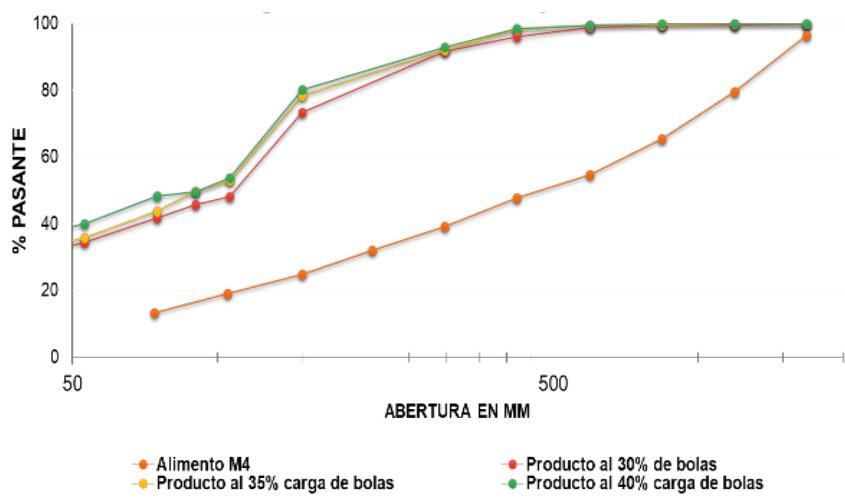
Mineral 4: Granulometría del alimento y producto.

Figura 7. Distribución granulométrica del F80 y P80 del mineral 4

Fuente: Elaboración propia.

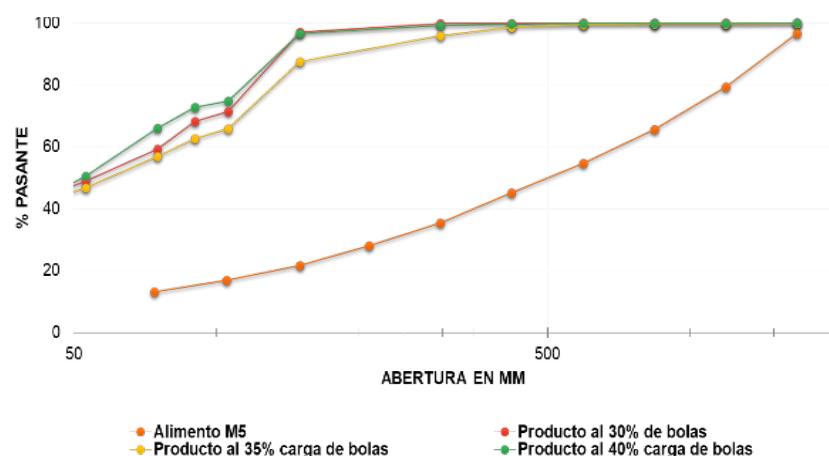
Mineral 5: Granulometría del alimento y producto

Figura 8. Distribución granulométrica del F80 y P80 del mineral 5

Fuente: Elaboración propia.

Mineral 6: Granulometría del alimento y producto

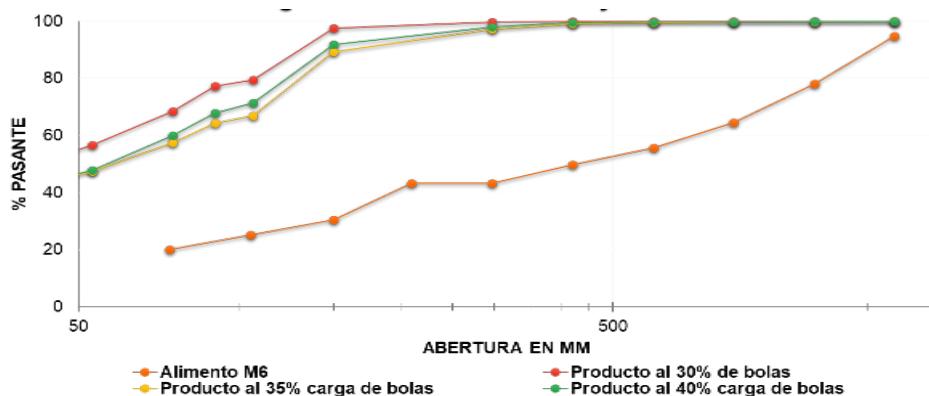


Figura 9. Distribución granulométrica del F80 y P80 del mineral 6

Fuente: Elaboración propia.

Consumo energético en molienda

Según Torocahua (2014) La potencia activa se define como la capacidad de un circuito para transformar la energía eléctrica en trabajo. Esta potencia es generada por la componente de la corriente que se encuentra en fase con la tensión. Es importante señalar que la potencia activa no se consume en el sentido estricto, ya que su manifestación depende de la presencia de elementos como bobinas o condensadores en los circuitos, los cuales generan campos magnéticos y eléctricos. Por otro lado, la potencia aparente, también conocida como potencia compleja, en un circuito eléctrico de corriente alterna

se considera como la suma vectorial de la potencia activa y la potencia reactiva, constituyendo así la potencia total del sistema.

Para calcular el consumo energético real de cada muestra de mineral, se utilizó un software desarrollado por el equipo de eGauge. Este software permite medir con precisión el consumo de energía y proporciona datos fiables sobre el consumo de cada muestra. Al emplear esta herramienta, se obtiene información precisa y detallada sobre el consumo energético de cada muestra de mineral, lo que resulta fundamental para efectuar análisis y evaluaciones rigurosas.



Figura 10. Cálculo del consumo energético real de cada muestra de mineral

Fuente: Elaboración propia.

Los datos obtenidos por este software para cada muestra era la siguiente:

08/03/24 23:13:00 – 08/03/24 23:24:00

Register	Tiempo ponderado	Promedio
Uso	66.79 Wh	364.00 W
Generación	0.00 Wh	0.00 W
A_L1	148.21 K°·s	224.55 °
A_S1	850.12 °·s	1.29 °
C-S1	236.14 mAh	1.29 A
D_A	40.93 Wh	223.00 W
P_Activa	66.79 Wh	364.00 W
P_Aparente	91.74 VAh	500.00 VA
P_Reactiva	62.87 varh	342.00 var
T-L1	41.17 Vh	224.55 V
Tensión	236.14 mAh	1.29 A

Figura 11. Datos de cada muestra con software desarrollado por el equipo de eGauge.

Fuente: Elaboración propia.

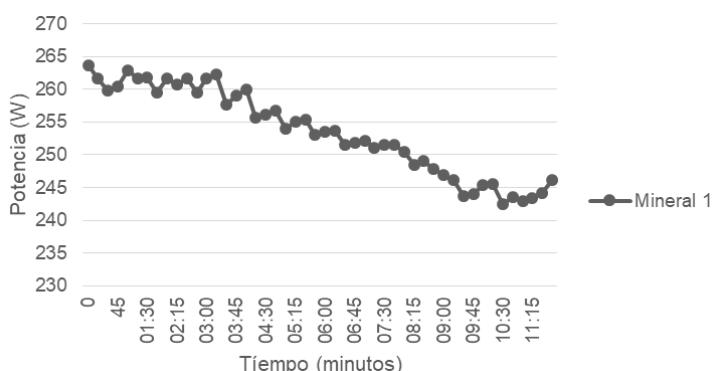


Figura 12. Potencia activa del mineral 1

Fuente: Elaboración propia.

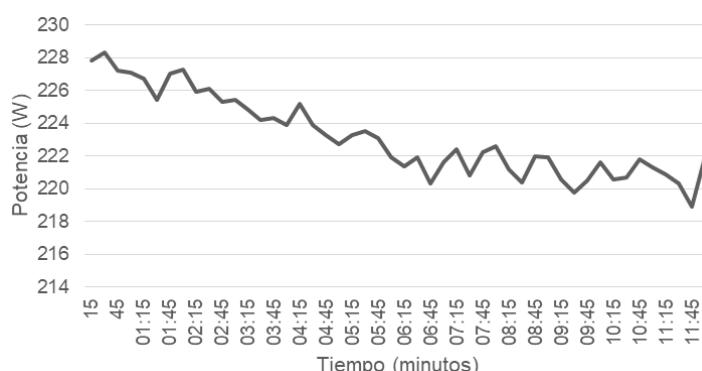


Figura 13. Potencia activa del mineral 2

Fuente: Elaboración propia.

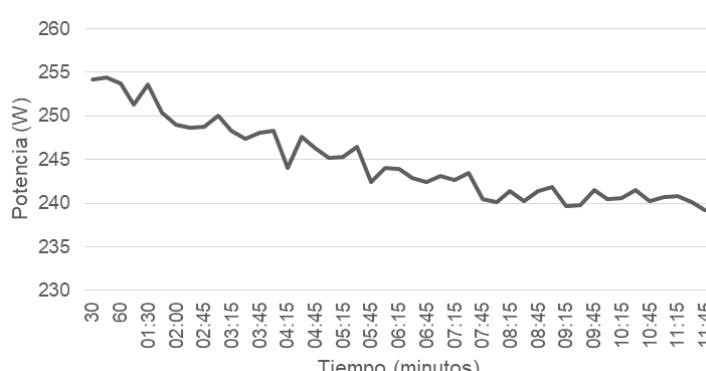


Figura 14. Potencia activa del mineral 3

Fuente: Elaboración propia.

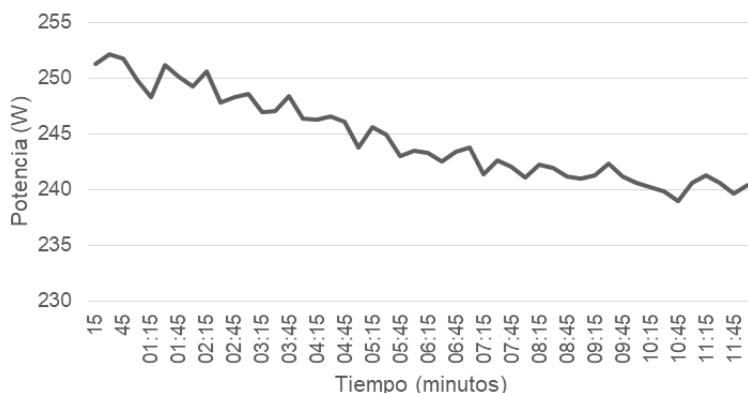


Figura 15. Potencia activa del mineral 4

Fuente: Elaboración propia.

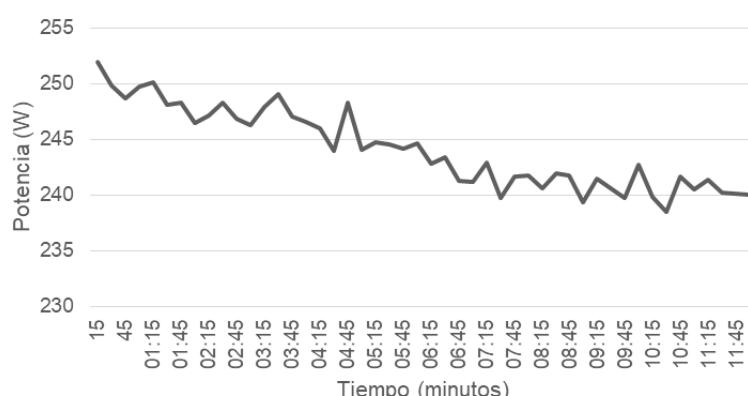


Figura 16. Potencia activa del mineral 5

Fuente: Elaboración propia.

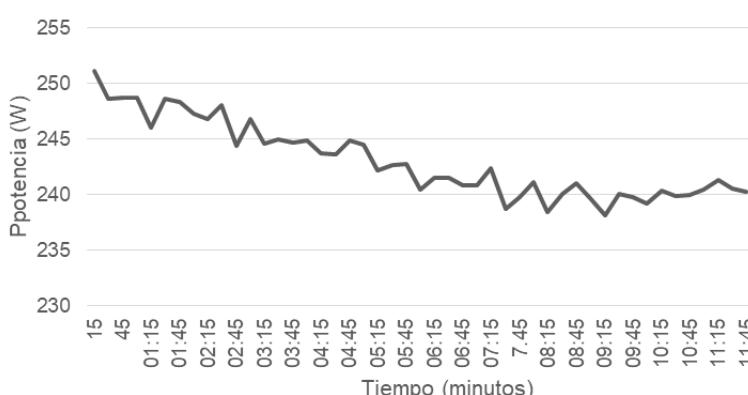


Figura 17. Potencia activa del mineral 6

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3

Porcentaje de error al 30 % de carga de bolas

	Muestra 1	Muestra 2	% Error			% Error promedio (30 %)
			Muestra 3	Muestra 4	Muestra 5	
Bond	17,51 %	34,57 %	14,98 %	19,75 %	12,69 %	18,64 %
Morrell	2,64 %	19,85 %	2,60 %	0,98 %	9,38 %	7,62 %
Valle	5,32 %	4,90 %	10,58 %	8,46 %	12,35 %	8,94 %

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4

Porcentaje de error al 35 % de carga de bolas

	% Error						% Error promedio (35 %)
	Muestra 1	Muestra 2	Muestra 3	Muestra 4	Muestra 5	Muestra 6	
Bond	7,73 %	39,14 %	18,11 %	19,59 %	24,75 %	7,92 %	19,54 %
Morrell	11,17 %	21,08 %	3,19 %	0,81 %	3,39 %	14,85 %	9,08 %
Valle	13,09 %	9,15 %	7,62 %	8,12 %	1,81 %	15,15 %	9,15 %

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5

Porcentaje de error al 40 % de carga de bolas

	% Error						% Error promedio (40 %)
	Muestra 1	Muestra 2	Muestra 3	Muestra 4	Muestra 5	Muestra 6	
Bond	17,49 %	31,55 %	10,77 %	7,24 %	16,56 %	39,74 %	20,56 %
Morrell	11,00 %	10,44 %	3,95 %	11,85 %	10,00 %	5,31 %	8,76 %
Valle	3,04 %	4,22 %	13,18 %	17,36 %	8,17 %	11,46 %	9,57 %

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 6

Error % promedio de todas las 6 muestras de minerales

	30 % carga de bolas	35 % carga de bolas	40 % carga de bolas	Error % promedio por cada método
Bond	18,64 %	19,54 %	20,56 %	19,58 %
Morrell	7,62 %	9,08 %	8,76 %	8,49 %
Valle	8,94 %	9,15 %	9,57 %	9,22 %
Error % promedio por carga de bolas	11,73 %	12,59 %	12,96 %	-

Fuente: Elaboración propia.

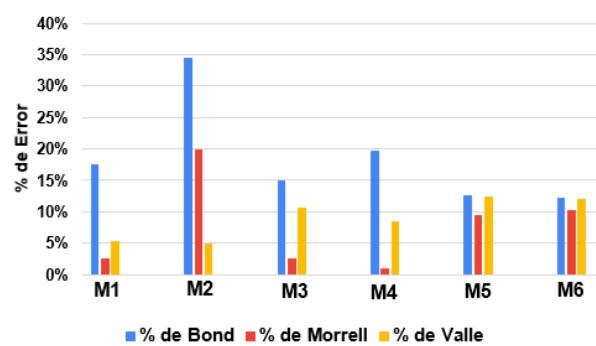


Figura 18. Porcentaje de error al 30 % de carga de bolas

Fuente: Elaboración propia.

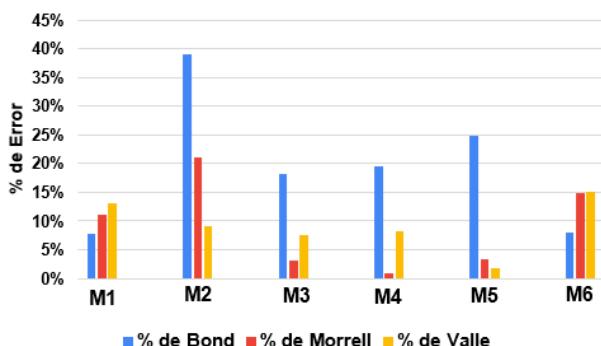


Figura 19. Porcentaje de error al 35 % de carga de bolas

Fuente: Elaboración propia.

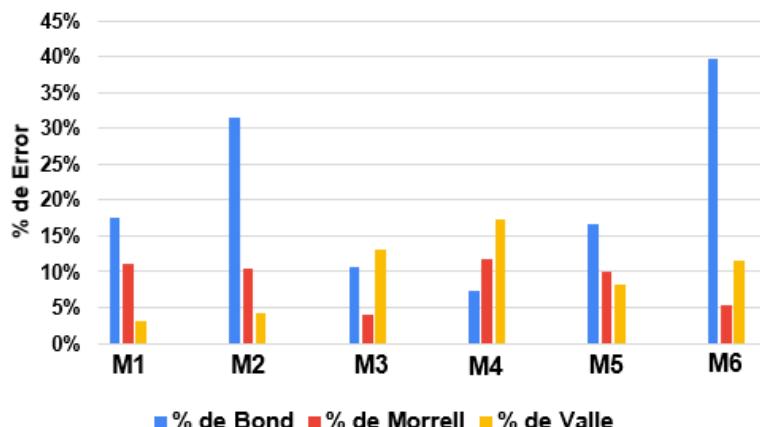


Figura 20. Porcentaje de error al 40 % de carga de bolas

Fuente: Elaboración propia.

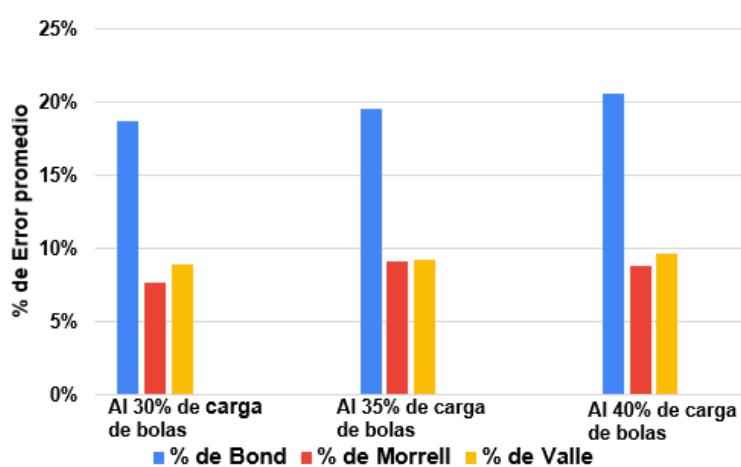


Figura 21. Error % promedio de las 6 muestras de minerales

Fuente: Elaboración propia.

CONCLUSIONES

Se demuestra que el modelo de Bond exhibió el mayor error promedio del 19,58 %, lo que indica limitaciones en su capacidad para predecir con precisión el consumo energético en la molienda de minerales mediante molinos de bolas. Esto se debe a su falta de adaptación a determinadas condiciones operativas específicas.

El modelo de Steve Morrell se destacó por presentar el menor error promedio del 8,49 %, demostrando una precisión notable en la predicción del consumo energético. Su robustez y menor variabilidad lo convierten en un modelo más confiable y aplicable en una amplia variedad de situaciones operativas.

El modelo de Roddy Valle se ubicó entre los de Morrell y Bond, con un error promedio del 9,22 %. Aunque evidencia una precisión intermedia, su aplicación puede resultar viable en condiciones específicas, aunque con ciertas limitaciones en su capacidad predictiva en comparación con el modelo de Morrell.

Se observa que, al aplicar los modelos matemáticos a distintas características granulométricas en la alimentación a nivel operacional, el error de cada modelo disminuye conforme se alcanzan ciertos valores típicos de $F_{(80)}$. Ello corrobora la aplicación del modelo más conocido, el de Bond, el cual funcionaba adecuadamente en moliendas antiguas que presentaban alimentaciones del orden de entre 9000 y 10000 micras para dicho parámetro.

En todos los casos de las experiencias realizadas se verifica que el modelo de Bond es el que presenta mayor error; sin embargo, entre los modelos de Morrell y Valle existen diferencias en cuanto al error, debido a que, en algunas pruebas, el modelo de Valle resulta más preciso que el de Morrell y, en otras, ocurre lo inverso. Esto permite entender que el tamaño de alimentación desempeña un papel preponderante en el resultado final.

Un factor que se anticipaba en los resultados es el efecto de la carga de bolas. Cuanto más baja es la carga de bolas, mejor se comporta el modelo de Morrell, que toma como base la molienda SAG. En tanto se eleva la carga moledora a valores medios operacionales para molinos de bolas, el resultado es ligeramente más favorable para el modelo de Valle.

El modelo de predicción del consumo energético que, entre los enfoques analizados, proporciona resultados más precisos y aplicables en diversas condiciones operativas es el modelo de Steve Morrell.

Lo que se puede concluir finalmente es que los modelos matemáticos se adaptan a las granulometrías y cargas de bolas típicas en las cuales se evaluaron dichas ecuaciones, pero no son tan generales como se esperaba. Es decir, cuando se varía ese parámetro, el error se incrementa de manera considerable.

REFERENCIAS

- [1] Álvarez, B. (2010). *Análisis de la influencia de los modelos de distribución de tamaño de partículas en la determinación de consumos energéticos en molienda mediante el método de Bond* [Tesis doctoral, Universidad de Oviedo]. <https://core.ac.uk/download/pdf/71839999.pdf>
- [2] Arancibia, M. (2015). *Dimensionamiento de molino de bolas por el método de Bond, aplicando factores correctores de la fórmula*. <https://qaqc2000.blogspot.com/2015/10/dimensionamiento-de-molino-de-bolaspor.html>
- [3] Armas, H., & Poma, J. (2013). *Evaluación del consumo de energía eléctrica en la operación de conminución de la planta concentradora de Huari-UNCP* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional del Centro del Perú]. https://repositorio.uncp.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12894/577/TIMM_23.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- [4] Casali, A. (2014). *Metodología para la determinación indirecta del índice de Bond en tamaños de partícula ultrafinos* [Tesis de ingeniería, Universidad de Chile]. <https://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/131772/Maximizacionde-la-informacion-de-conminucion-obtenible.pdf?sequence=4>
- [5] Fernández, M. (2012). *Metodología para la determinación indirecta del índice de Bond en tamaños de partícula ultrafinos* [Tesis doctoral, Universidad de Oviedo]. https://digibuo.uniovi.es/dspace/bitstream/handle/10651/13449/TD_miguelonofernandez.pdf
- [6] Morrell, S. (2021). *The Morrell method to determine the efficiency of industrial grinding circuits: 2021 revision*. https://www.researchgate.net/publication/358220501_The-Morrell-Method-to-Determine-the-Efficiency-of-Industrial-Grinding-Circuits_2021_Revision
- [7] Torocahua, F. (2014). *Diseño e implementación de un tablero analizador de redes para la medición de parámetros eléctricos y de calidad de la energía eléctrica* [Tesis de bachiller, Universidad Católica de Santa María]. <https://repositorio.ucsm.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12920/4704/4A.0172.1M.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

ACERCA DEL AUTOR

Luis Clemente Huere Anaya

Es ingeniero metalurgista por la Universidad Nacional de Ingeniería, con amplia experiencia en plantas concentradoras de minerales polimetálicos (plomo, cobre, zinc y plata). Especialista en lixiviación de minerales cupríferos y auríferos, extracción por solventes, electrodeposición y tecnologías de carbón activado (CIC, CIL, CIP), así como en fundición de oro y plata. Es magíster en Ciencias de la Educación y cuenta con estudios doctorales en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle. Actualmente, es docente principal en Tecsup, consultor e investigador en procesamiento de minerales e hidrometalurgia.

Recibido: 25-04-25

Revisado: 17-09-25

Aceptado: 28-10-25



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons AtribuciónNoComercial 4.0 Internacional.