

Se presenta un modelo de
**análisis de vibraciones
torsionales utilizando el
método de elementos
finitos (MEF)** con el fin de prevenir
fallas mecánicas en máquinas rotativas.



Estudio de las vibraciones torsionales bajo régimen transitorio en un mecanismo de engranajes

Study of Torsional Vibration under a Transient Regime in a Gear Mechanism

RESUMEN

El trabajo tiene por objetivo desarrollar un modelo conceptual de un sistema de transmisión por engranajes (sistema ramificado) para determinar sus frecuencias naturales y modos de vibración torsional, así como analizar la respuesta del sistema a una fuerza impulsiva sinusoidal que simula la etapa de arranque (régimen transitorio).

La metodología consistió, en un primer momento, en una revisión bibliográfica y estudio de las vibraciones torsionales, frecuencias naturales y modos de vibración, modelos conceptuales de sistemas torsionales y vibraciones torsionales en etapa de arranque.

Posteriormente se elaboró el modelo conceptual del mecanismo de transmisión al generar un sistema de ecuaciones diferenciales de movimiento con tres grados de libertad con el empleo de las ecuaciones de Lagrange. Para ello, primero se definieron tres casos de análisis, cada uno de los cuales considera la variación de los parámetros de rigidez, inercia, relación de transmisión. Se procedió luego a elaborar los algoritmos de cálculo en MATLAB y producir las curvas características que permiten estudiar el comportamiento de las frecuencias naturales, modos de vibración torsional y respuesta del sistema bajo régimen transitorio. Finalmente, se analizó el sistema equivalente de tres grados de libertad por el método de los elementos finitos (MEF) para obtener las frecuencias naturales de vibración torsional mediante el software SolidWorks.

Los resultados indican que al incrementar la relación de transmisión mientras los demás parámetros se mantienen constantes, la amplitud de respuesta en la sección del eje motor alcanza valores máximos comparados con las amplitudes obtenidas al variar el resto de parámetros. En la sección del eje conducido, dicha amplitud disminuye progresivamente hasta ser menor que la amplitud de la

fuerza impulsiva. Asimismo, el incremento de la relación de transmisión y rigidez del eje motor generan un aumento significativo de la frecuencia natural del sistema. La aplicación del MEF es un método alternativo para el análisis dinámico de sistemas torsionales, pues sus resultados son muy próximos a los obtenidos por el método analítico.

Es de vital importancia considerar la medición y control de las vibraciones torsionales en el programa de mantenimiento predictivo de las máquinas rotativas en la industria a fin de evitar fallos mecánicos debido a esfuerzos torsionales que conlleven a fallas por fatiga.

ABSTRACT

This study develops a conceptual model of a gear transmission system (branched system) to determine its natural frequencies and modes of torsional vibration, as well as to analyze the system response to a sinusoidal impulsive force that simulates the starting stage (transitional state).

The methodology consists at first in a bibliographical review and the study of torsional vibrations, natural frequencies and modes of vibration, conceptual models of torsional systems and torsional vibrations in the starting stage.

Subsequently, a conceptual model of the transmission mechanism was developed by obtaining the system of differential equations of motion with three degrees of freedom using the Lagrange equations. For that, three cases of analysis were defined, considering variations in the parameters of rigidity, inertia and transmission ratio for each case. Further, we created algorithms in MATLAB to produce the characteristic curves that allow us to study the behavior of natural frequencies, modes of torsional vibration and system response under transient state. Lastly, we analyzed the equivalent system of three degrees of freedom by the finite element method (FEM) to obtain the natural frequencies of torsional vibration using SolidWorks.



Palabras Clave

Vibración torsional, transitorio, mecanismo, engranajes, frecuencia natural.

Key words

Torsional vibration, transient, mechanism, gears, natural frequency.

The results show that increasing the transmission ratio and keeping the other parameters constant, the response amplitude in the motor shaft section reaches maximum values compared with amplitudes obtained varying these parameters. In the section of the driven shaft, the amplitude decreases until being smaller than the impulsive force amplitude. Likewise, the increase of the transmission ratio and drive shaft rigidity rise the natural frequency of the system. The application of FEM is an alternative method for the dynamic analysis of torsional systems; its results are similar to those obtained by the analytical method.

It is very important to consider the measurement and control of torsional vibrations in the predictive maintenance program of rotary machines in industry in order to avert mechanical failures due to torsional stresses leading to fatigue failures.

INTRODUCCIÓN

Las vibraciones torsionales constituyen un amplio campo de estudio e investigación que debe ser tomado en cuenta por nuestra industria, ya que muchas veces pueden generar problemas en máquinas rotativas. En efecto, las vibraciones torsionales son probablemente una de las causas más frecuentes de falla y rotura de los dientes en engranajes, así como de falla por fatiga en ejes de transmisión.

La medición de las vibraciones torsionales no suele ser una tarea que comúnmente se lleve a cabo en las máquinas rotativas o que se incluya en los programas de mantenimiento predictivo, debido a la dificultad de realizarla y al poco conocimiento del tema.

Las predicciones tempranas de las características torsionales de un sistema reducen eficientemente los costos si los resultados de los análisis se utilizan adecuadamente. Ello se obtiene mediante el análisis de los resultados y la incorporación de modificaciones durante la etapa de diseño o montaje, pues, si se realiza durante la prueba final del producto demanda mayor tiempo y costos más elevados.

Una manera eficiente de lograr una comprensión básica de las frecuencias naturales y modos de vibración torsional, así como de los fenómenos que se producen cuando los ejes son excitados por medio de fuerzas impulsivas es desarrollar un modelo conceptual del sistema dinámico.

Es por ello que el presente trabajo está orientado a generar el modelo conceptual de un sistema de transmisión por engranajes para determinar y analizar sus frecuencias naturales, modos de vibración torsional, y la respuesta del sistema a una fuerza impulsiva sinusoidal que simula la etapa de arranque (start-up).

FUNDAMENTOS

Vibración torsional

Es el movimiento angular oscilatorio en uno o más grados de libertad angular alrededor de una posición de equilibrio. Todos los componentes de máquinas que giran experimentan vibraciones torsionales de distintos niveles, las cuales se manifiestan en el arranque, paradas, y funcionamiento a

velocidades variables. Conviene señalar que, a diferencia de las vibraciones laterales de ejes, las cuales son percibidas fácilmente ya que producen ruido y fuerte vibración en los soportes, las vibraciones torsionales se superponen al movimiento de rotación del eje sin excitar estructuras adyacentes, por lo que no son detectadas hasta que ocurre la falla en el sistema.

La vibración torsional excesiva puede ocasionar torceduras en ejes o árboles, fallas en los acoplamientos, elevados niveles de ruido en engranajes, falla en dientes de engranajes, o alojamiento del bobinado de un motor eléctrico.

Frecuencias naturales

Cuando un sistema no amortiguado vibra libremente y no se requiere ninguna fuerza, torque o momento externo para mantener dicha vibración, se dice que lo está haciendo a una de sus frecuencias naturales. Un sistema eje-rotor posee un número de frecuencias naturales discretas de vibración por torsión (también existe vibración por flexión) y, asociado a cada una de ellas, existe un modo de vibración el cual representa una distorsión geométrica del eje en el instante de máxima deformación durante la vibración.

Un método de cálculo para determinar las frecuencias naturales y formas modales de sistemas torsionales de orden mayor consiste en que a partir de una frecuencia natural preestablecida y asignando inicialmente una amplitud unitaria en un extremo del sistema se calcula progresivamente el torque y el desplazamiento angular en el otro extremo. Las frecuencias que resulten en torque externo cero o condiciones de borde compatibles en el otro extremo serán las frecuencias naturales torsionales del sistema. Los desplazamientos angulares correspondientes θ_i son las formas modales [7].

Un análisis de vibración torsional tiene como objetivos generales [8]:

1. Determinar las frecuencias naturales torsionales del sistema.
2. Evaluar el comportamiento de las frecuencias naturales y los modos de vibración al cambiar los parámetros de diseño (rigidez, amortiguamiento y fuerzas de excitación).
3. Establecer las amplitudes de vibración y el esfuerzo de torsión máximo bajo excitación torsional en estado estacionario.
4. Definir el torque dinámico y las cargas en los dientes de engranajes bajo régimen transitorio.

Modelo conceptual de un sistema torsional

A diferencia de la vibración lateral que se desarrolla en un plano transversal al eje de rotación, la vibración torsional se manifiesta en planos de rotación a los ejes de giro de las máquinas rotativas. Los elementos que intervienen en su análisis se presentan en el diagrama de cuerpo libre de la Figura 1, en la cual se consideran las inercias polares de los discos y la rigidez torsional de las secciones de eje según el caso. Cabe mencionar que, cuando se trata de en máquinas rotativas, la función que desempeñan los apoyos no influye en la vibración torsional, pues la acción que puedan generar se manifiesta en planos transversales.

La Figura 1 muestra el modelo de un sistema de parámetros agrupados. Se aprecia que todas las inercias rotatorias son concentradas en N discos discretos, cada uno con su respectiva

masa, y momento de inercia polar I_{pn} . Por ejemplo, I_{p1} puede representar a un motor, I_{p2} una caja reductora de velocidades, I_{p3} un compresor, etc. Los discos están conectados por resortes torsionales de rigidez k_n , los cuales representan la flexibilidad torsional de los ejes y acoplamientos.

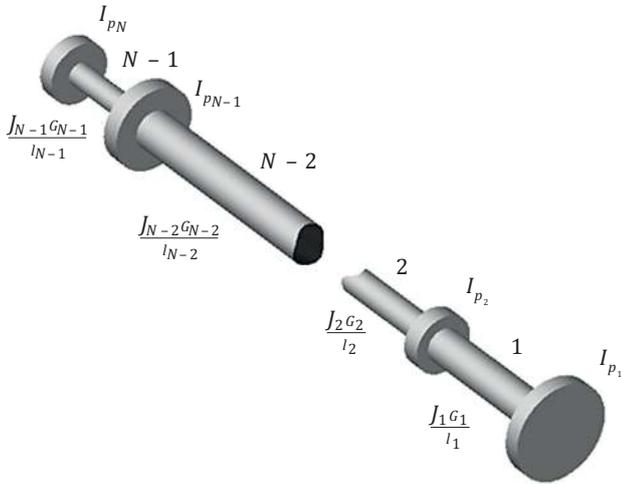


Figura 1. Parámetros generales de vibración torsional.

Fuente: Kikaganeswala, Y. (2005). Vibration Analysis of Gear System as Combined Rotor System Based on Complex Rotor Variable. MSc. Thesis, University of Cincinnati, Ohio.

La inercia de cada sección del eje es usualmente dividida en partes iguales, concentradas dentro de los discos a cada extremo de la sección. La rigidez torsional de la sección de un eje está dada por la fórmula:

$$k_n = \frac{I_{pn} G}{l_n} \quad (1)$$

- I_{pn} : Momento de inercia polar, $I_{pn} = \frac{\pi d_n^4}{32}$
- G : Módulo de corte del material
- l_n : Longitud del tramo del eje
- d_n : Diámetro del tramo del eje

Vibraciones torsionales en etapa de arranque

Ran, Yacamini y Smith citan en su trabajo de investigación [5] las mediciones de las vibraciones torsionales realizadas en el laboratorio con un modelo experimental (Figura 2). Este experimento ilustra la fenomenología que se produce durante el régimen transitorio.

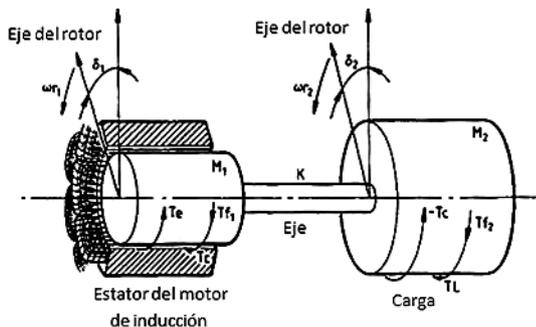


Figura 2. Modelo experimental.

Fuente: Ran, L., Yacamini, R. & Smith, K. (1996). Torsional Vibrations in Electrical Induction Motor Drives During Start-up. Journal of Vibration and Acoustics, 118(2), 242-251.

El rotor del motor de inducción M_1 impulsa por medio de un eje a la carga M_2 , siendo $M_2 > M_1$. El eje está conectado directamente a las inercias (M_1 y M_2) sin un acople intermedio. Te es el torque en el entrehierro, Tc es el torque de acople entre las dos inercias a través del eje, TL y Tf representan el torque de carga y el torque de amortiguamiento debido a la fricción del aire.

Para mostrar el comportamiento dinámico del sistema torsional en la etapa de arranque, el motor fue conectado directamente a una línea de 415 V y 50 Hz, teniendo en cuenta que la impedancia causa aproximadamente un 10% de caída de voltaje en los terminales del motor.

Los resultados de la medición del torque se indican en las figuras 3 y 4. El torque nominal del motor es 239 Nm, y durante el arranque se eleva a 1750 Nm. Asimismo, la corriente durante el arranque toma un valor de 1375 A (Figura 4).

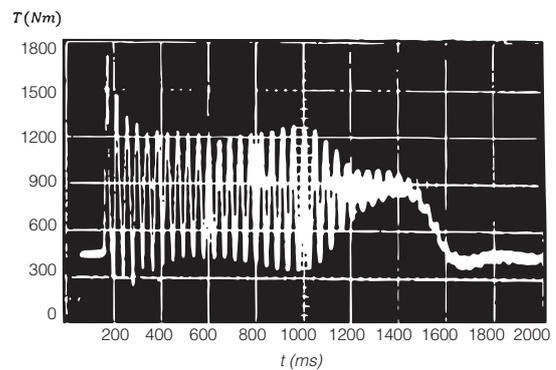


Figura 3. Torque medido durante el arranque.

Fuente: Ran, L., Yacamini, R. & Smith, K. (1996). Torsional Vibrations in Electrical Induction Motor Drives During Start-up. Journal of Vibration and Acoustics, 118(2), 242-251.

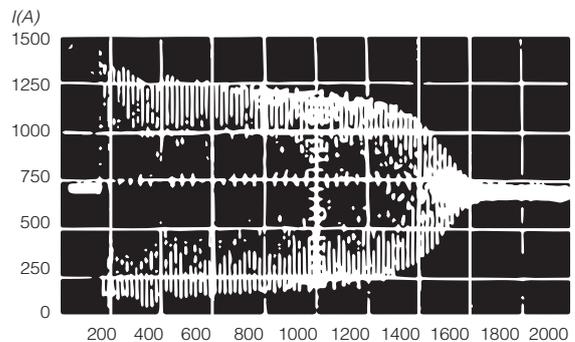


Figura 4. Corriente medida durante el arranque.

Fuente: Ran, L., Yacamini, R. & Smith, K. (1996). Torsional Vibrations in Electrical Induction Motor Drives During Start-up. Journal of Vibration and Acoustics, 118(2), 242-251.

METODOLOGÍA

El mecanismo de transmisión a estudiar se muestra en la Figura 5. Está conformado por dos ejes paralelos (motor y conducido) conectados por un sistema de engranajes (piñón 2; y engranaje 3). Los ejes motor y conducido están acoplados a la inercia del motor (entrada) y la inercia de carga (salida), respectivamente. La Figura 5 representa el modelo conceptual de un sistema torsional conformado por un motor eléctrico (I_1), transmisión por engranajes (I_2, I_3), y la carga a impulsar (I_4). Una de las aplicaciones industriales del modelo es un compresor impulsado por motor a través de un mecanismo de engranajes.

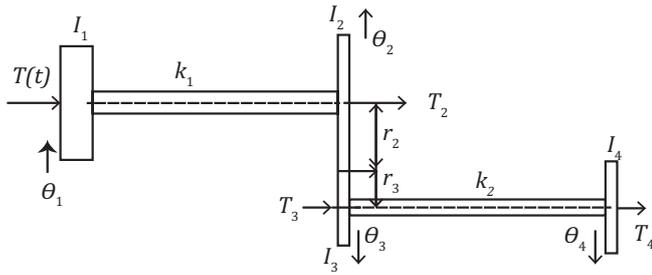


Figura 5. Modelo conceptual del mecanismo de transmisión.

Ecuaciones diferenciales de movimiento

Las ecuaciones de movimiento pueden ser deducidas por medio de las ecuaciones de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial F}{\partial q_i} = Q_i \quad (2)$$

Normalmente, el amortiguamiento en sistemas torsionales es pequeño y tiene poco efecto sobre las frecuencias naturales. Por ello, tanto dichas frecuencias naturales como los modos de vibración torsional pueden ser calculados al asumir un amortiguamiento igual a cero.

Al desarrollar la función de Lagrange y efectuarla para cada coordenada generalizada $\theta_1, \theta_2, \theta_4$, se obtiene el sistema de ecuaciones diferenciales de movimiento en forma matricial.

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 + \left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2 I_3 & 0 \\ 0 & 0 & I_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + \left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2 k_2 & -\left(\frac{r_2}{r_3}\right) k_2 \\ 0 & -\left(\frac{r_2}{r_3}\right) k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Parámetros de diseño para el modelo conceptual

Los parámetros de diseño previamente calculados para el modelo conceptual son los siguientes:

Rotor (del motor):

Masa, $m_r = 4.5 \text{ kg}$
 Radio, $r_r = 0.070 \text{ m}$
 Momento de inercia, $I_1 = 0.0110 \text{ kg-m}^2$

Eje motor:

Diámetro, $d_{em} = 0.025 \text{ m}$
 Longitud, $l_{em} = 0.5 \text{ m}$
 Rigidez torsional, $k_1 = 5,900 \text{ N - m}$

Piñón:

Módulo, $modulop = 4$
 Número de dientes, $Zp = 40$
 Masa, $mp = 6,4 \text{ kg}$
 Momento de inercia $I_2 = 0.02048 \text{ kg-m}^2$

Engranaje:

Número de dientes, $Z_e = 25$
 Masa, $m_e = 2.5 \text{ kg}$
 Momento de inercia $I_3 = 0.00312 \text{ kg-m}^2$

Eje conducido:

Diámetro, $d_{ec} = 0.025 \text{ m}$
 Longitud, $l_{ec} = 0.5 \text{ m}$
 Rigidez torsional, $k_2 = 5,900 \text{ N - m}$

Carga:

Masa, $m_c = 12.4 \text{ kg}$
 Momento de inercia, $I_4 = 0.062 \text{ kg-m}^2$
 Relación de transmisión; $r_t = \frac{Z_p}{Z_e} = 1.6$
 Torque nominal, $T_n = 1 \text{ N - m}$
 Frecuencia de excitación, $\omega = 60 \text{ Hz}$

Vibraciones torsionales bajo régimen transitorio

Para nuestro sistema simularemos el torque durante la etapa de arranque, por medio de una función impulsiva sinusoidal, $T(t)$, definida por:

$$T(t) = T_n \sin(\omega t) \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (4)$$

Sistema de tres grados de libertad. Modelo conceptual

Empleando las ecuaciones (3), (4) y los parámetros de diseño, se elaboró un programa de cálculo en el software de simulación MATLAB para obtener las curvas características del comportamiento de la frecuencia natural (ω_n) y la respuesta del sistema (T_{st}/T_n) ante la fuerza impulsiva sinusoidal. Se trabajaron tres casos de análisis (Tabla 1) los cuales consideran la variación de los parámetros $k_1, r_2/r_3, I_4$. Asimismo, para cada caso se evaluaron los modos de vibración torsional al variar ω_n .

	k_1	r_2/r_3	I_4
CASO 1	X	-	-
CASO 2	-	X	-
CASO 3	-	-	X

Tabla 1. Casos de análisis. Parámetros variables (x); parámetros constantes (-).

Simulación por el método de los elementos finitos

El método de los elementos finitos (MEF) se aplicó como un procedimiento complementario a fin de determinar las frecuencias naturales y modos de vibración del sistema torsional equivalente de tres grados de libertad. Para ello se empleó el software de simulación CAD-CAE SolidWorks.

RESULTADOS

CASO 1: Rigidez torsional del eje motor (k_1) variable

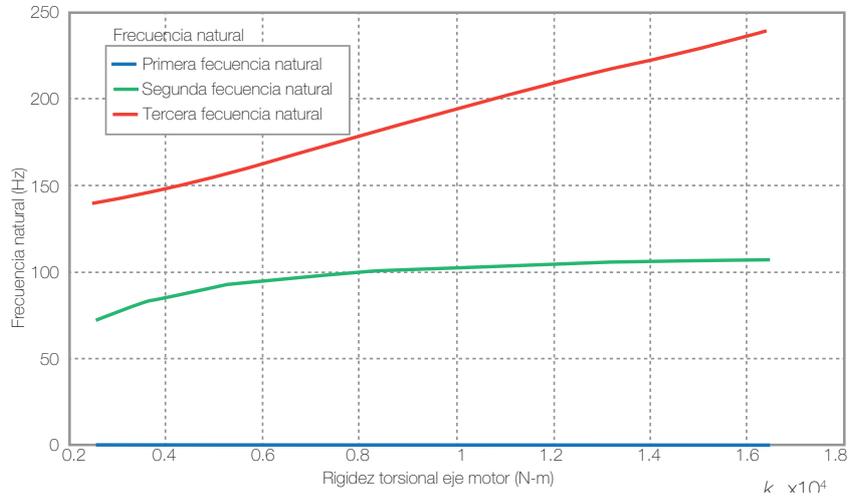


Figura 6. Frecuencias naturales torsionales para (k_1) variable.

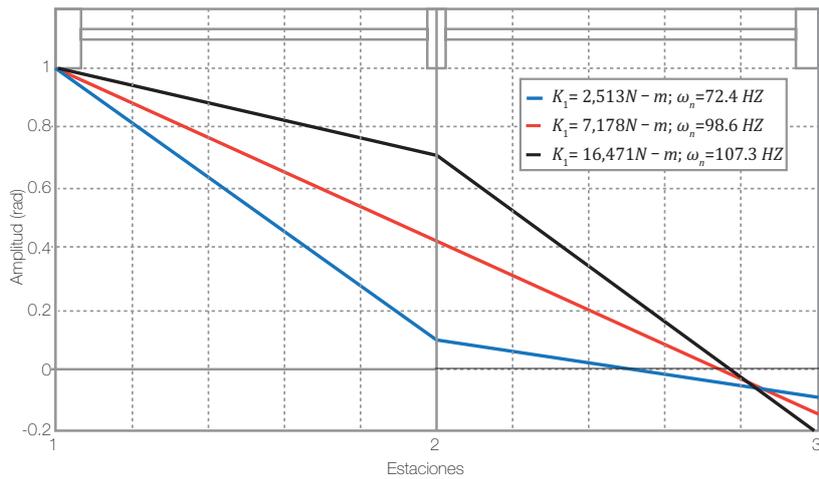


Figura 7. Modos de vibración torsional para (k_1) variable.

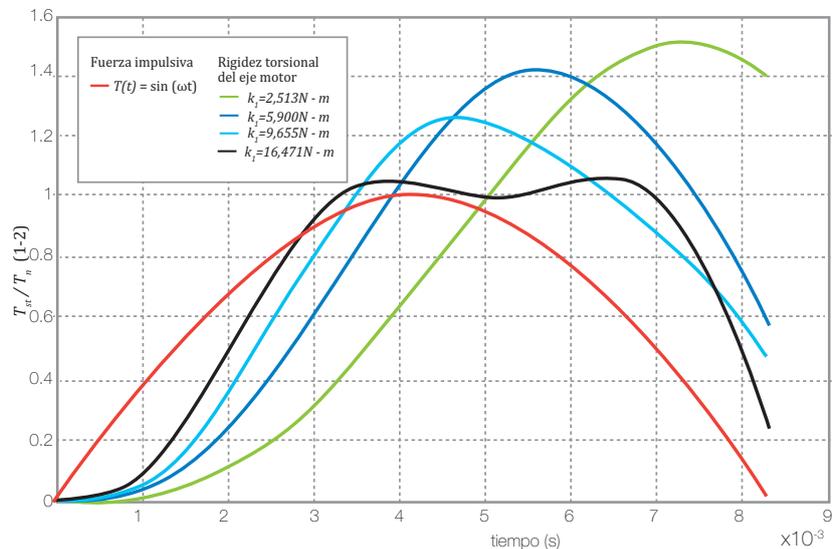


Figura 8. Respuesta del sistema T_{st}/T_n (1-2) para (k_1) variable.

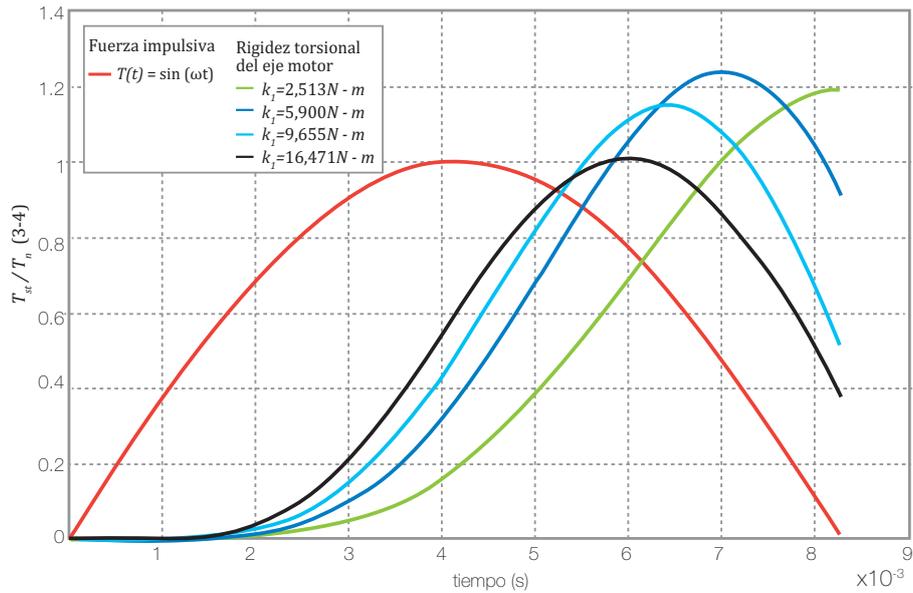


Figura 9. Respuesta del sistema T_{st}/T_n (3-4) para (k_t) variable.

- Las frecuencias naturales torsionales del sistema, de acuerdo con los parámetros de diseño propuesto, son 0.94 y 160 Hz. La primera corresponde a modo de cuerpo rígido, mientras que la segunda (frecuencia natural a analizar) se incrementa cuando la rigidez del eje motor aumenta.
- Se presentan los modos de vibración torsional para un rango creciente de frecuencias y se observa que, al elevar la frecuencia natural, la amplitud de la segunda inercia equivalente también aumenta.
- Al incrementar la rigidez torsional del eje motor, la amplitud de la respuesta del sistema disminuye hasta aproximarse a la fuerza impulsiva, de manera que sus amplitudes llegan a ser muy próximas.
- La amplitud de la respuesta del sistema en la sección del eje conducido también se reduce y se aproxima a la amplitud de la fuerza impulsiva.

CASO 2: Relación de radios (r_2/r_3) variable

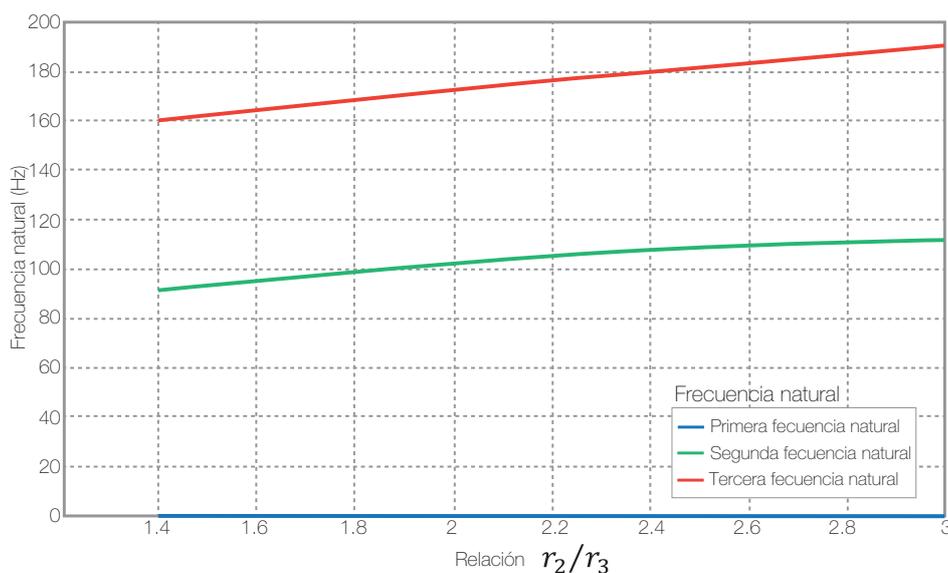


Figura 10. Frecuencias naturales torsionales para (r_2/r_3) variable.

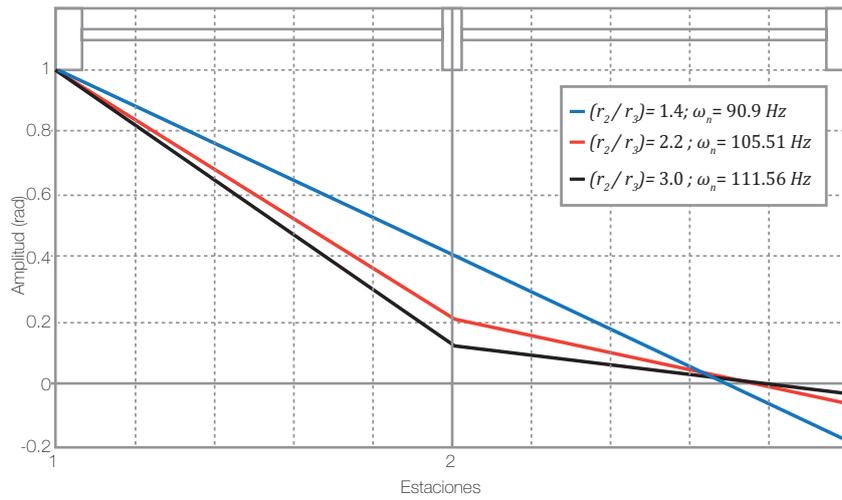


Figura 11. Modos de vibración torsional para (r_2/r_3) variable.

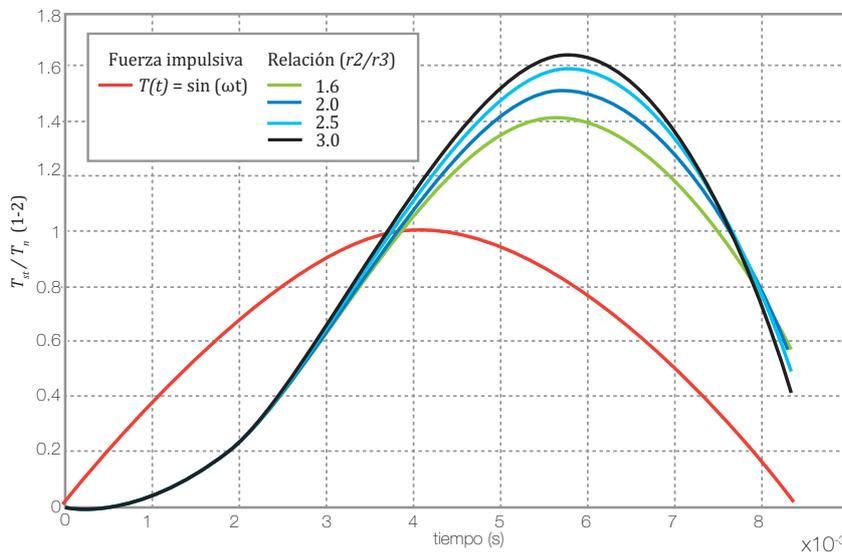


Figura 12. Respuesta del sistema $T_{st} / T_n(1-2)$ para (r_2/r_3) variable.

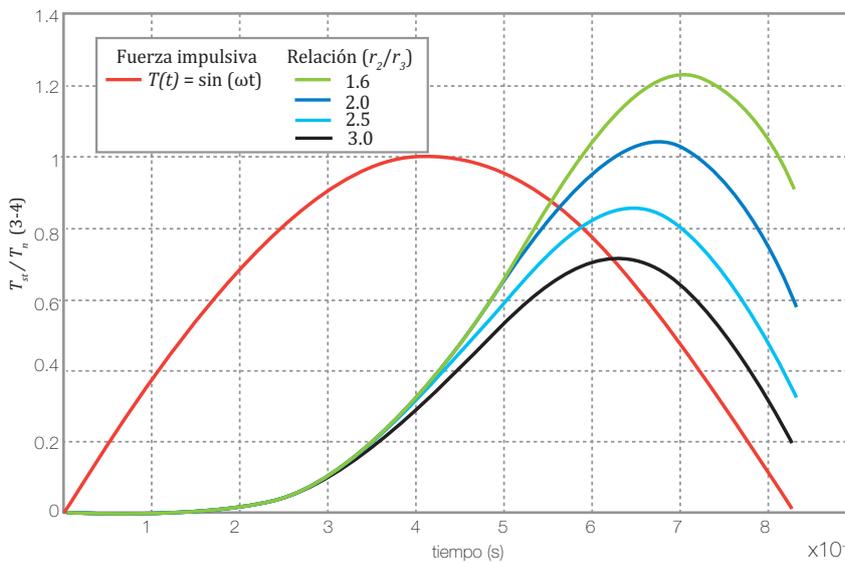


Figura 13. Respuesta del sistema $T_{st} / T_n(3-4)$ para (r_2/r_3) variable.

- El incremento de la relación (r_2/r_3) manteniendo los demás parámetros constantes origina elevaciones en la frecuencia natural del sistema.
- El incremento de la relación (r_2/r_3) implica un mayor radio primitivo del piñón y número de dientes. En este caso, en el proceso de fabricación, mantener la inercia constante se logra al reducir masa al disco del piñón.
- Para la respuesta del sistema, la amplitud aumenta en la sección del eje motor cuando se eleva la relación (r_2/r_3) .
- La respuesta máxima del sistema en la sección del eje motor ocurre mientras la fuerza impulsiva es aplicada. Para la sección del eje conducido, a medida que se incrementa la relación (r_2/r_3) la amplitud de respuesta del sistema decrece hasta llegar a ser menor que la amplitud de la fuerza impulsiva.

CASO 3: Inercia de la carga (I_4) variable

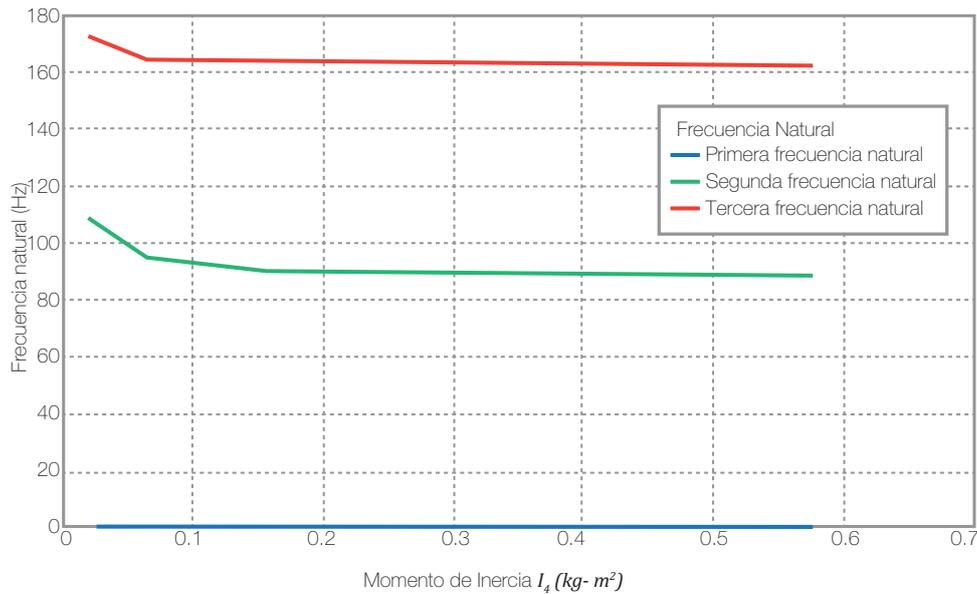


Figura 14. Frecuencias naturales torsionales para (I_4) variable.

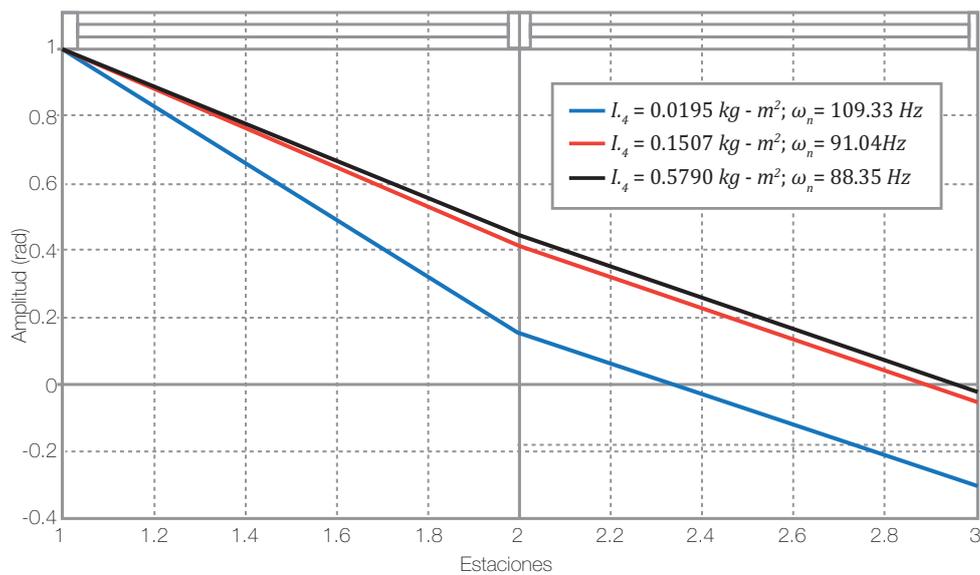


Figura 15. Modos de vibración torsional para (I_4) variable.

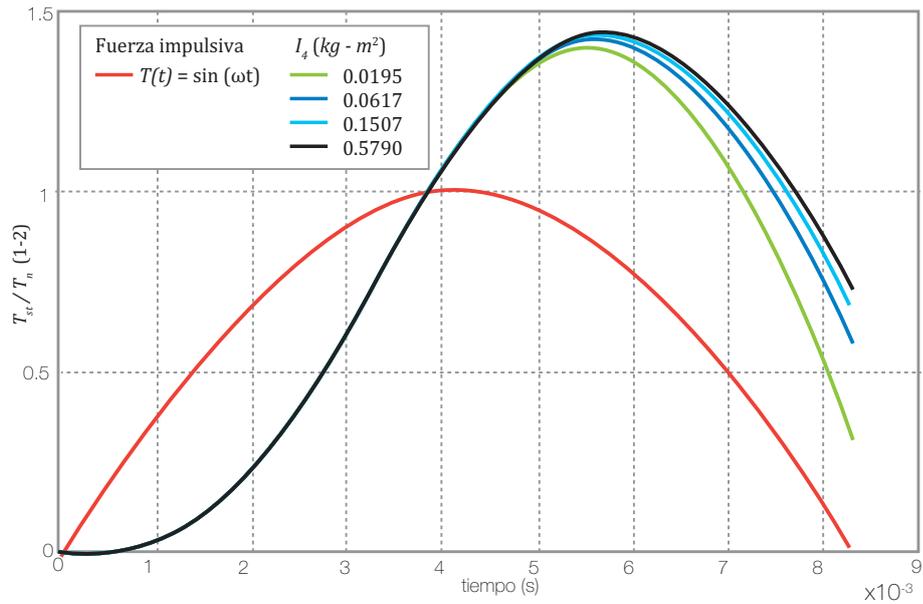


Figura 16. Respuesta del sistema T_{st} / T_n (1-2) para I_4 variable.

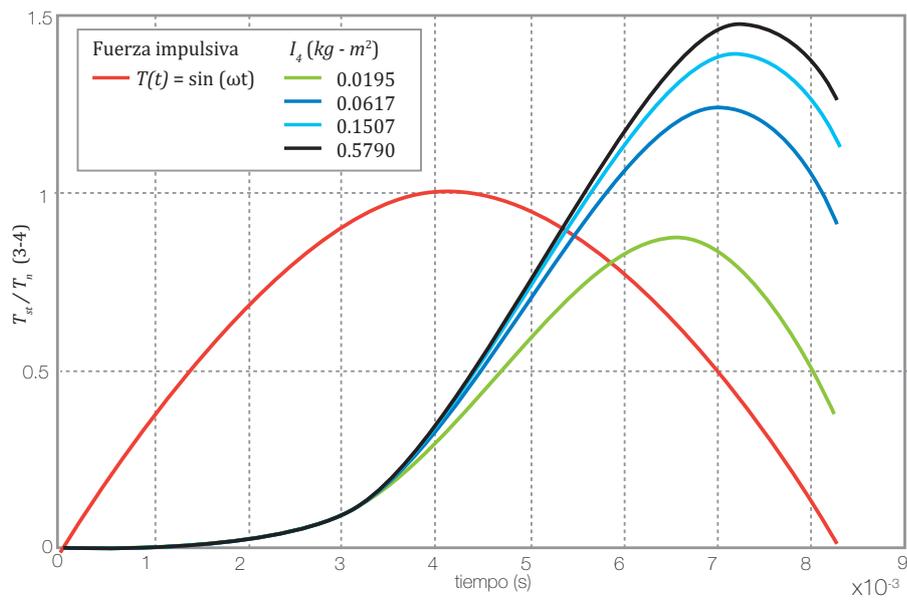


Figura 17. Respuesta del sistema T_{st} / T_n (3-4) para I_4 variable.

- Al aumentar la inercia de la carga, la frecuencia natural del sistema disminuye.
- Un incremento en la inercia (I_4) no influye significativamente en la amplitud de respuesta del sistema en la sección del eje motor. En este caso la respuesta máxima ocurre mientras se aplica la fuerza impulsiva.
- Cuando se eleva la inercia (I_4), la amplitud de respuesta del sistema en la sección del eje conducido se incrementa significativamente, llegando a ser mayor que la amplitud de la fuerza impulsiva. Bajo estas condiciones la respuesta se amplifica.

Simulación por el método de los elementos finitos (MEF)

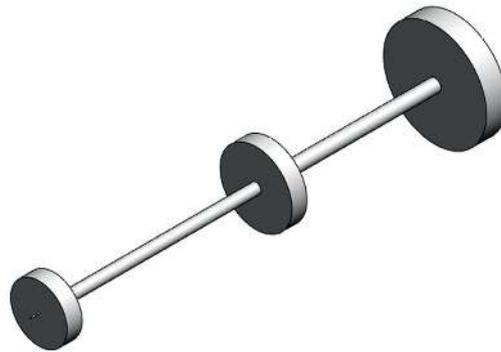


Figura 18. Sistema equivalente del modelo conceptual.

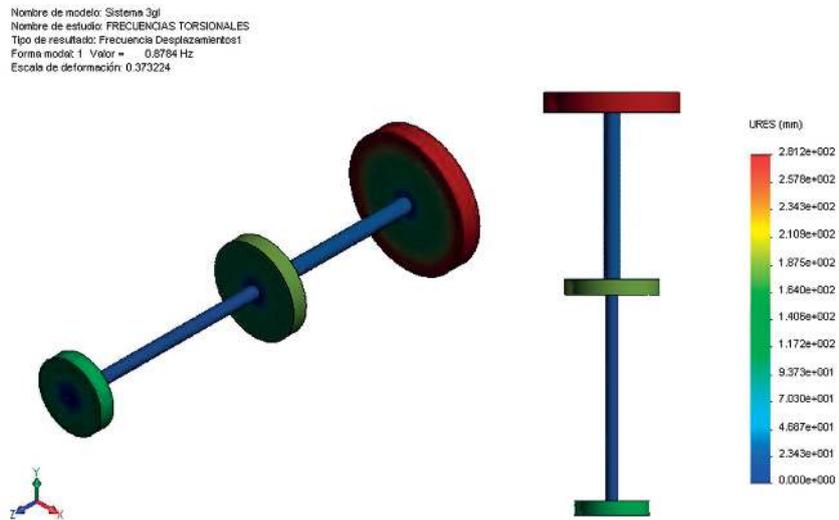


Figura 19. Primera frecuencia natural del sistema equivalente: 0.87Hz.

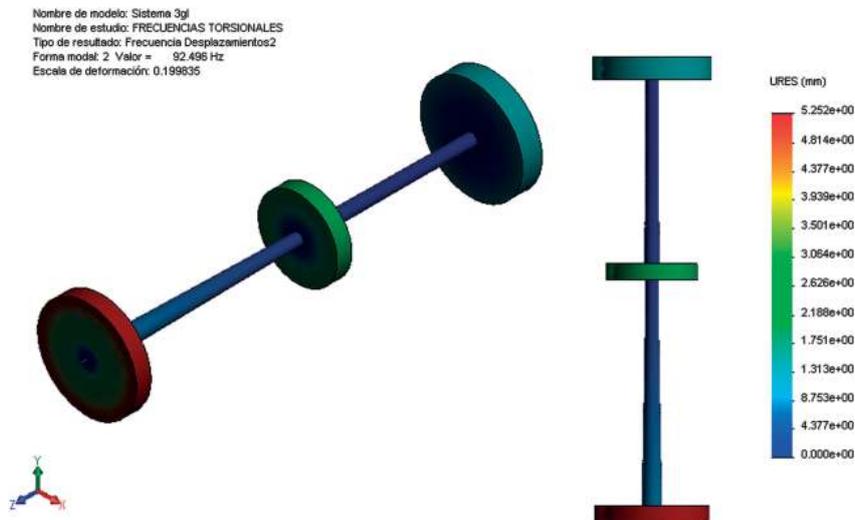


Figura 20. Segunda frecuencia natural del sistema equivalente: 92.49 Hz.

Nombre de modelo: Sistema 3gl
 Nombre de estudio: FRECUENCIAS TORSIONALES
 Tipo de resultado: Frecuencia Desplazamientos3
 Forma modal: 3 Valor = 158.54 Hz
 Escala de deformación: 0.25047

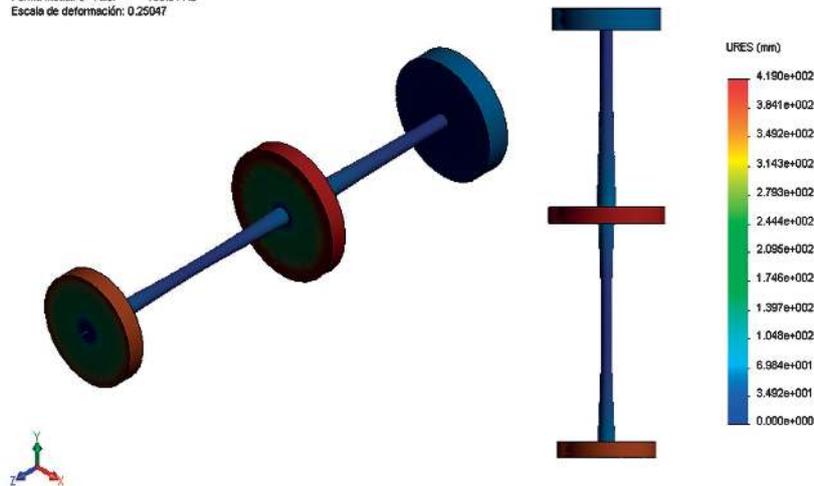


Figura 21. Tercera frecuencia natural del sistema equivalente: 158.54 Hz.

ω_n	1ra	2da	3ra
Hz	0.87	92.49	158.54
rpm	52.2	5,549	9,512

Tabla 2. Frecuencias naturales obtenidas por el método de los elementos finitos

ω_n (Hz)	1ra	2da	3ra
Ecuaciones de Lagrange	0	94	160
MEF	0.87	92.49	158.54
Diferencia (Hz)	-0.87	1.51	1.46

Tabla 3. Análisis comparativo de frecuencias.

- Las frecuencias obtenidas por el método de los elementos finitos (MEF) se muestran en la Tabla 2. La Tabla 3 presenta un análisis comparativo entre las frecuencias estimadas mediante las ecuaciones de Lagrange y las derivadas con el uso del MEF. Se muestra que los valores de las frecuencias obtenidas por el Método de los Elementos Finitos son muy próximos a los calculados por las ecuaciones de Lagrange y el rango de diferencia es aceptable.

CONCLUSIONES

- Las frecuencias naturales torsionales del sistema resultaron 0.94 y 160 Hz. La primera corresponde a modo de cuerpo

rígido, mientras que la segunda se incrementa cuando la rigidez del eje motor (k_1) y la relación de transmisión (r_2/r_3) aumentan.

- La fuerza impulsiva sinusoidal es una señal adecuada de prueba para el análisis en régimen transitorio. Es decir, si no contamos con una expresión deducida teórica o experimentalmente que describa el comportamiento real de un sistema, las señales impulsivas típicas brindan información muy próxima a lo que puede ocurrir en la realidad.
- Desde el punto de vista de diseño, calcular la respuesta del sistema en régimen transitorio (T_{st}/T_n) es importante para realizar un posterior análisis de fatiga y predecir el número de arranques de la máquina.
- Al incrementar el parámetro (r_2/r_3) mientras se mantienen los demás parámetros constantes, la amplitud de la respuesta en la sección del eje motor alcanza valores máximos comparados con las amplitudes obtenidas cuando se varía el resto de demás parámetros. En la sección del eje conducido, dicha amplitud disminuye progresivamente hasta ser menor que la amplitud de la fuerza impulsiva.
- Los resultados obtenidos por el Método de los Elementos Finitos son muy próximos a los calculados por el método analítico. Por ello, puede ser usado en situaciones prácticas de la industria, que por lo general requiere criterios de solución en el menor tiempo posible.
- Considerar la medición y control de las vibraciones torsionales en el programa de mantenimiento predictivo de las máquinas rotativas en la industria resulta de vital importancia a fin de prever y evitar fallas en máquina por esfuerzos torsionales que conlleven a fallas por fatiga.

REFERENCIAS

- [1] Chiroque, C. (2010). *Estudio de las vibraciones torsionales bajo régimen transitorio en un mecanismo de transmisión por engranajes* (Tesis de Magíster), Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.
- [2] Duncan, W. (2003). *Torsional Vibration of Turbomachinery*. New York: McGraw-Hill.
- [3] Kikaganeshwala, Y. (2005). *Vibration Analysis of Gear System as Combined Rotor System Based on Complex Rotor Variable* (MSc. Thesis), University of Cincinnati, Ohio.
- [4] Kirtikumar, G. (2003). *Validation of Computer-Generated Results with Experimental Data Obtained for Torsional Vibration of Synchronous Motor-Driven Turbomachinery* (MSc. Thesis), Texas A&M University, Texas.
- [5] Ran, L., Yacamini, R. & Smith, K. (1996). Torsional Vibrations in Electrical Induction Motor Drives During Start-up. *Journal of Vibration and Acoustics*, 118 (2), 242-251.
- [6] Rao, S. (2003). *Mechanical Vibrations*. New Jersey: Prentice-Hall.
- [7] Thomson, W. & Dillon, M. (1998). *Theory of Vibration with Applications*. New Jersey: Prentice-Hall.

- [8] Vance, J. (1988). *Rotordynamics of Turbomachinery*. New York: A Wiley-Interscience Publication.

ACERCA DEL AUTOR

Carlo Chiroque Suarez

Ingeniero Mecánico por la Universidad Nacional de Trujillo. Diplomado en Administración de la Producción por la Sociedad Nacional de Industrias. Magíster en Ingeniería Mecánica por la Pontificia Universidad Católica del Perú. Magíster en Administración Estratégica de Empresas (MBA) por la Pontificia Universidad Católica del Perú. Miembro del Colegio de Ingenieros del Perú. Experiencia en análisis numérico en motores de combustión interna y vibraciones torsionales empleando el software MATLAB; y en Diseño-Ingeniería-Fabricación mediante SolidWorks, CosmosWorks y CosmosMotion como software CAD-CAE. Actualmente, es docente de Posgrado Facultad de Ingeniería Mecánica y Energía en Universidad Nacional del Callao, en el programa de Maestría en Gerencia del Mantenimiento. Docente en Tecsup Lima, en el programa de Capacitación Continua, e investigador en dinámica de rotores y vehículos eléctricos.

@ mariochiroque@gmail.com